

Capítulo 2 – Aula 2

Mistura e Convecção

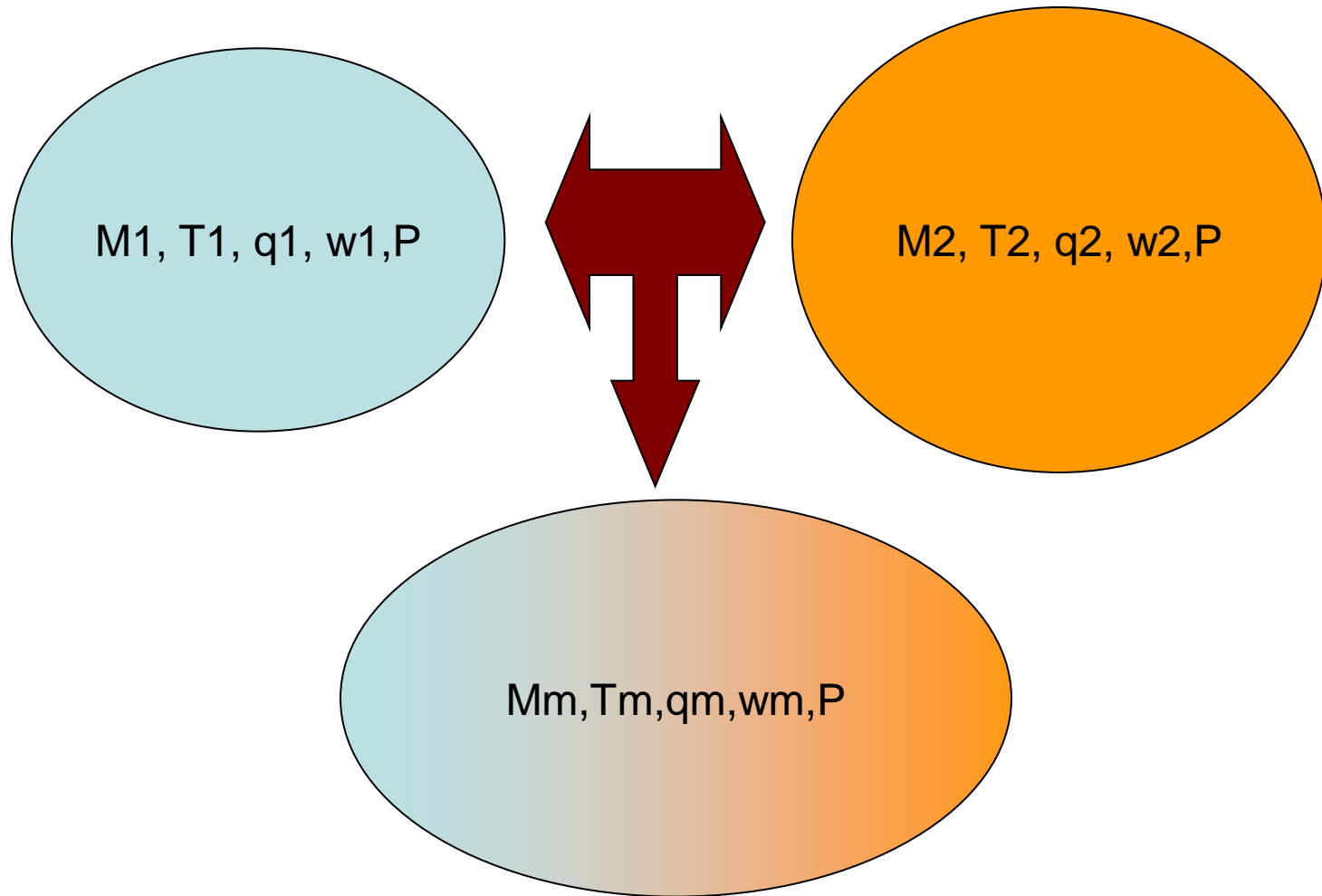
Mistura

- Mistura Isobárica
- Mistura Adiabática

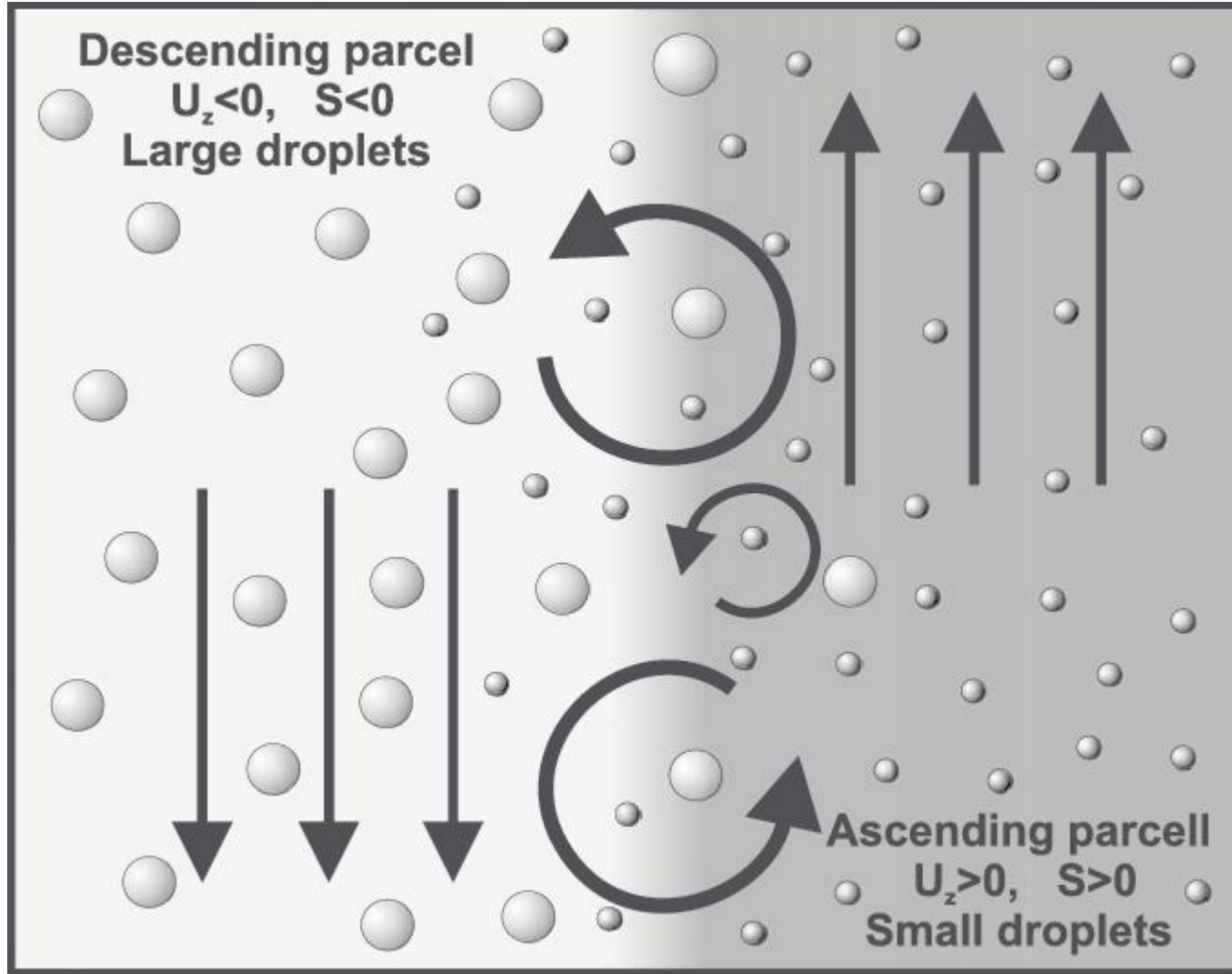
Câmara de nuvens

<https://youtu.be/e3fi6uyyrEs>

Mistura isobárica



Exemplo de mistura Isobárica: **Entrenhamento**



Korolev, A & Pinsky, Mark & Khain, Alexander. (2013). A New Mechanism of Droplet Size Distribution Broadening during Diffusional Growth. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 70. 2051–2071. 10.1175/JAS-D-12-0182.1.

Média Ponderada das massas

Umidade específica

$$q = \frac{m_1}{m_1 + m_2} q_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} q_2$$

Razão de mistura

$$w = \frac{m_1}{m_1 + m_2} w_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} w_2$$

Pressão de Vapor

$$e = \frac{m_1}{m_1 + m_2} e_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} e_2$$

Se durante a mistura não ocorrer perda ou ganho de calor, a quantidade de calor perdida pela parcela quente é igual à ganha pela fria. Portanto podemos calcular a temperatura final da mistura T como:

$$m_1 (c_p + w_1 c_{pv}) (T_1 - T) = m_2 (c_p + w_2 c_{pv}) (T - T_2)$$

negligenciando as pequenas contribuições do vapor d'água:

$$T \approx \frac{m_1}{m_1 + m_2} T_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} T_2$$

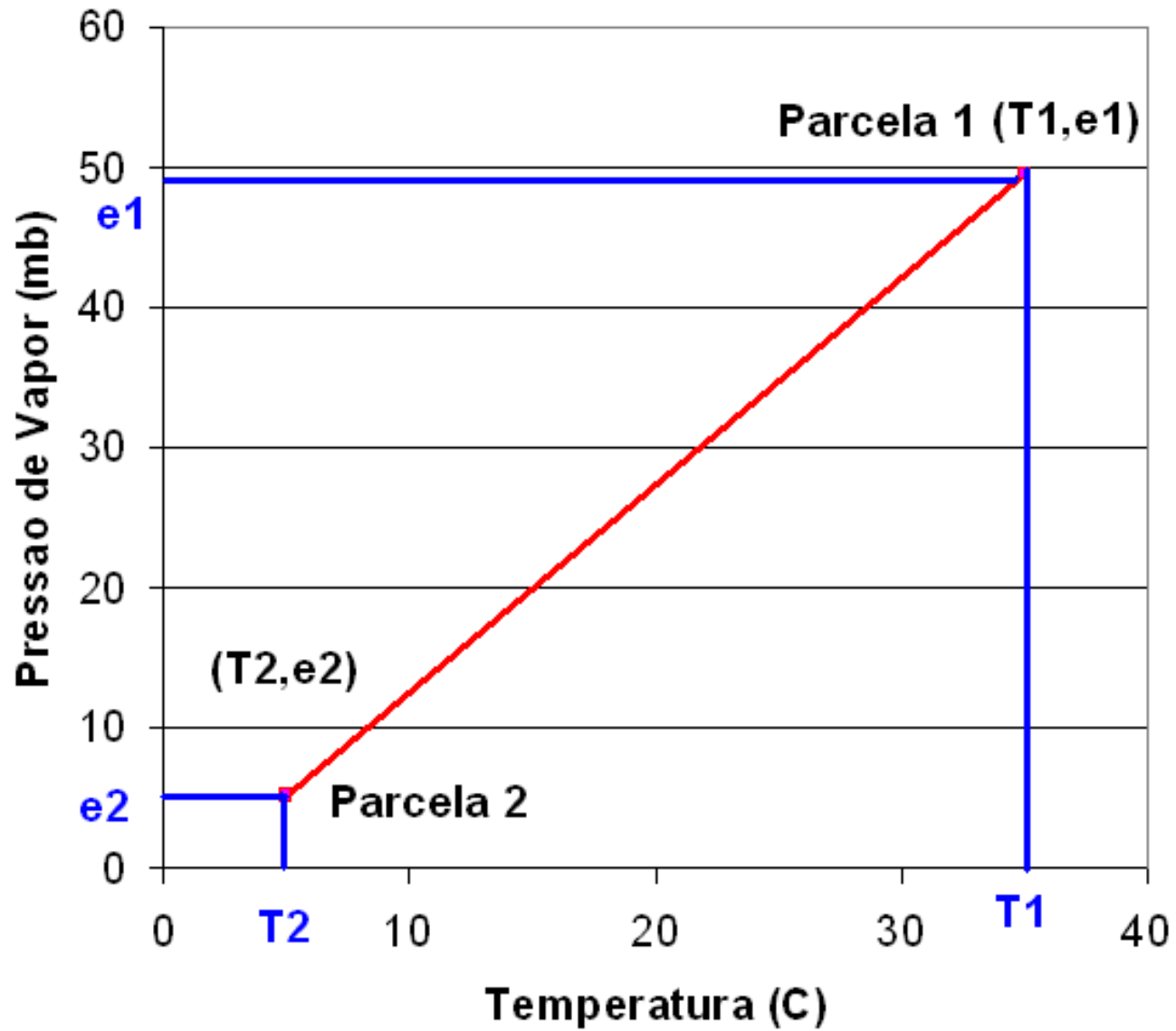


Figura 1. Diagrama de fase

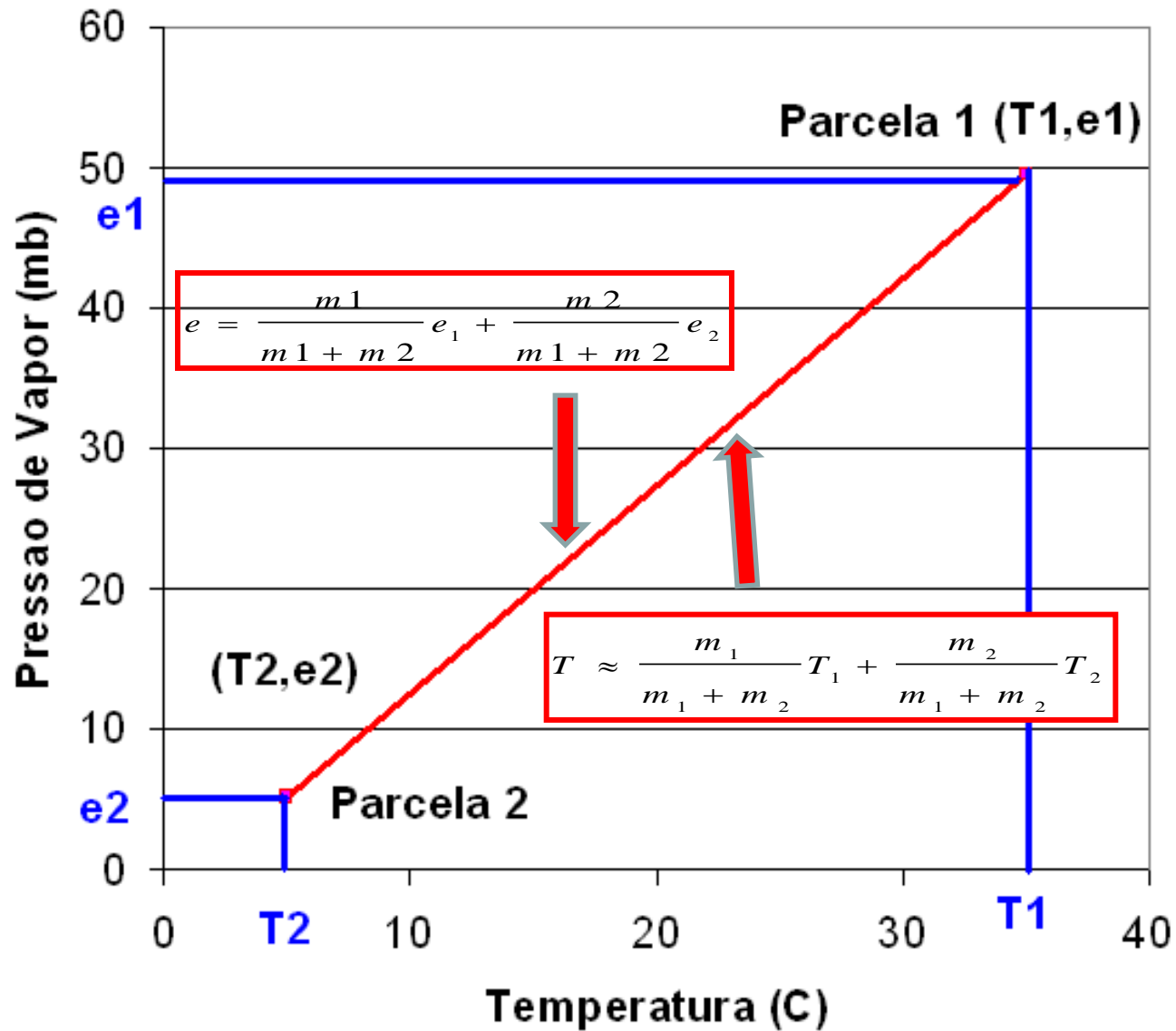


Figura 1. Diagrama de fase

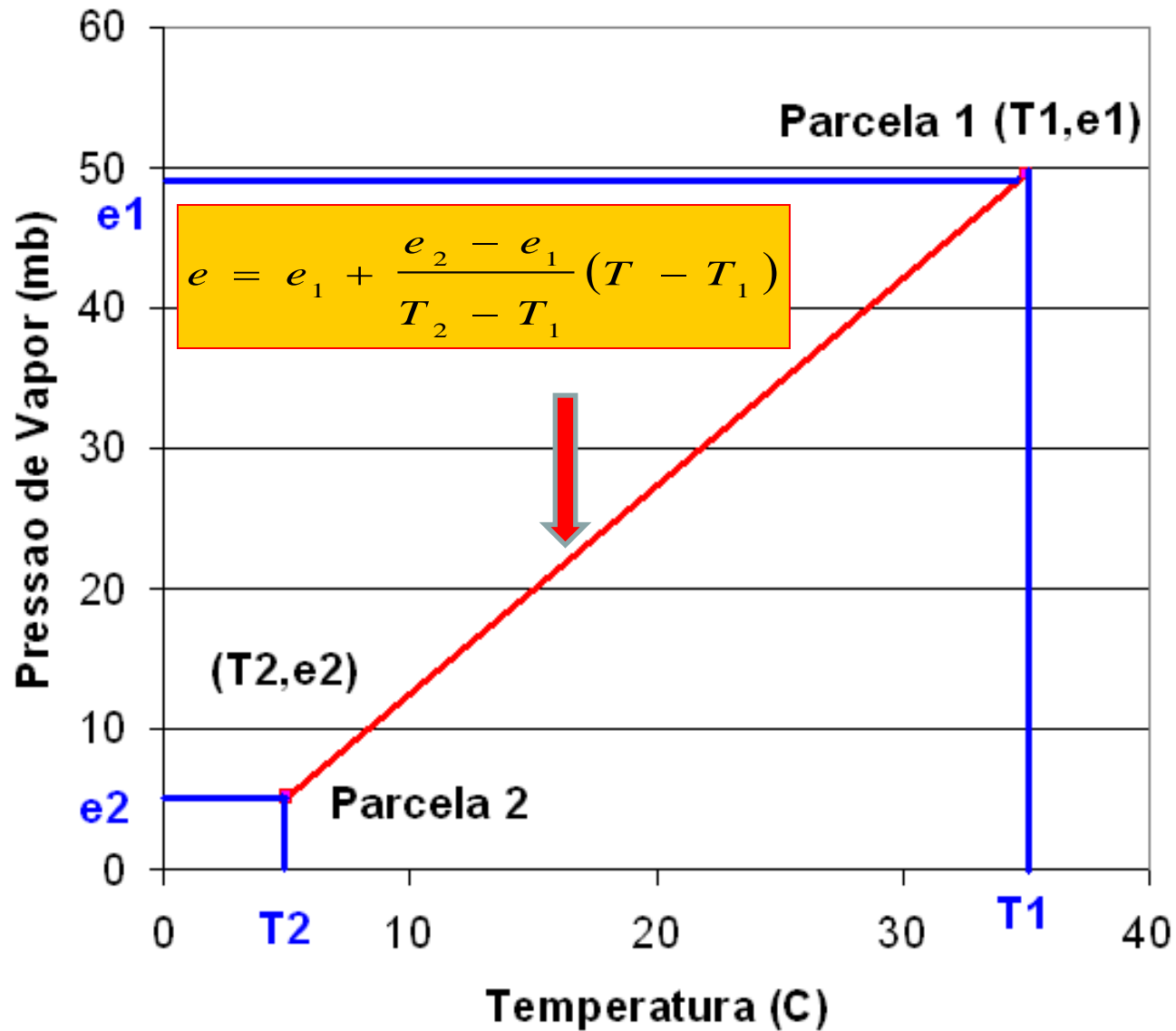


Figura 1. Diagrama de fase

Durante este processo de mistura, a UR da mistura pode atingir valores superiores a 100%, ou seja, $a e > e_s(T)$.

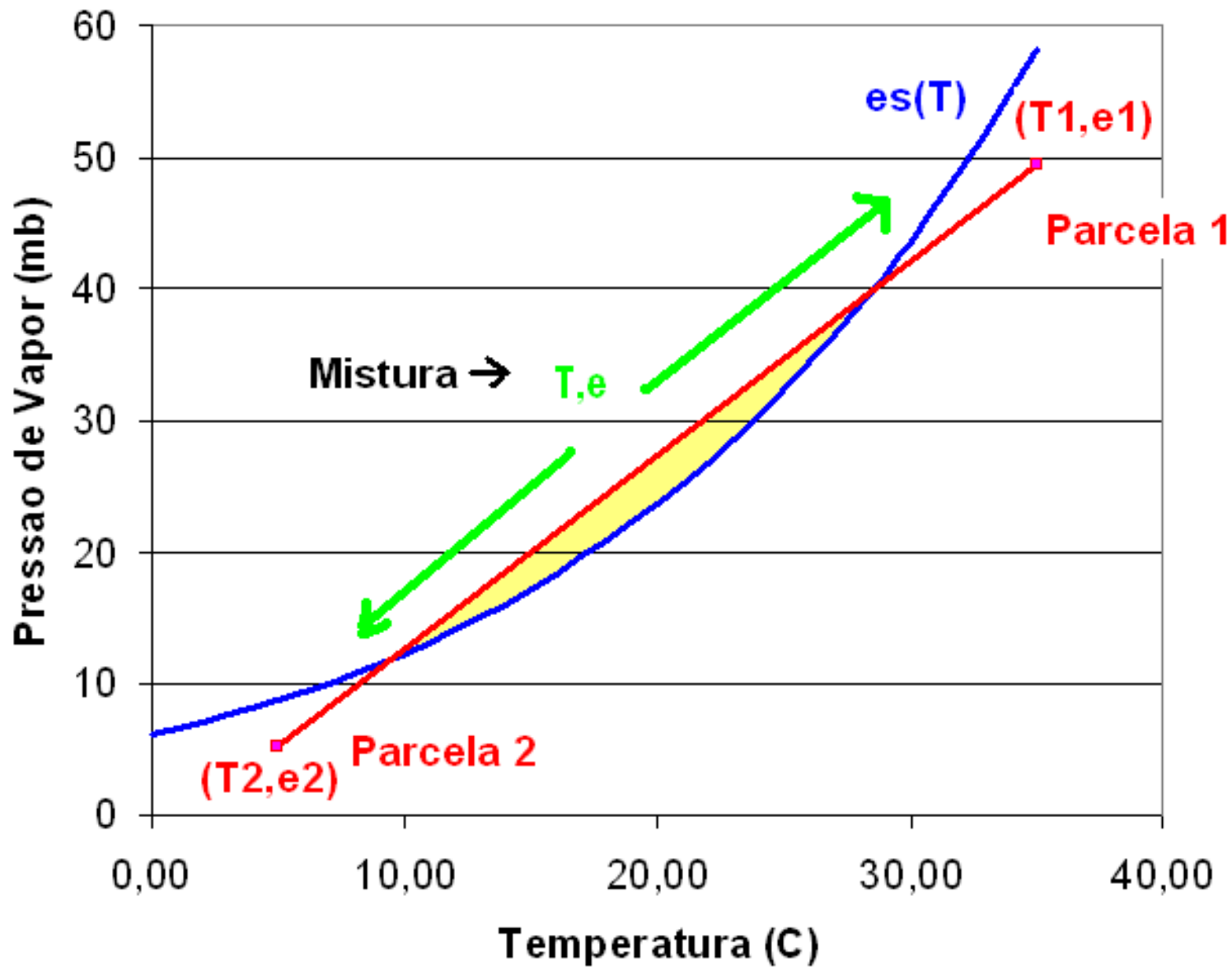
Quando isso ocorrer a mistura estará super-saturada em relação a água.

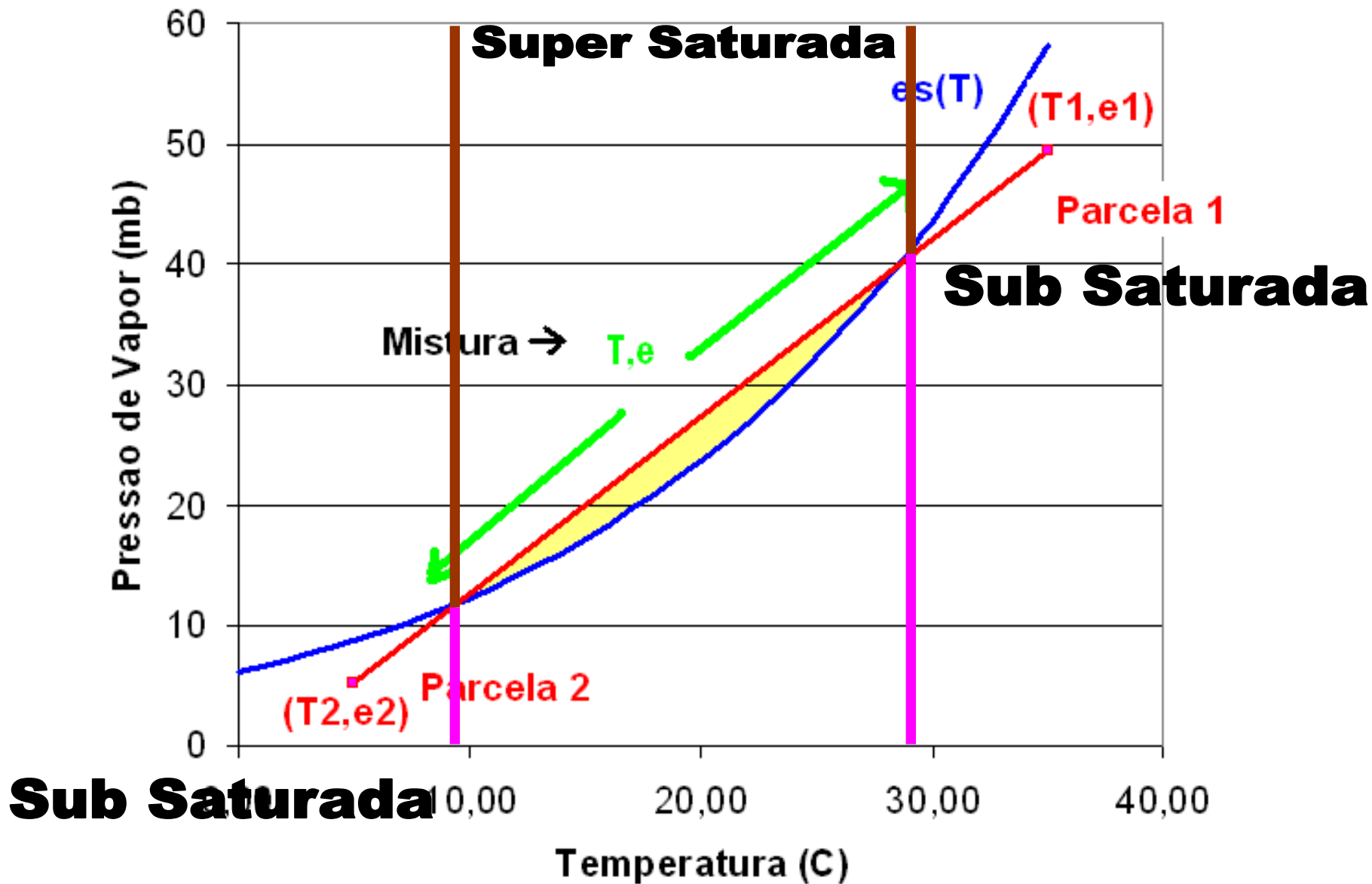
Lembrando que a UR pode ser descrita como:

$$UR (\%) = 100 \times \frac{e}{e_s} \quad \text{ou} \quad 100 \times \frac{w}{w_s} \quad \text{ou} \quad 100 \times \frac{r}{r_s}$$

Possíveis condições após a mistura

- Fica Super-Saturada
 $e > e_s(T)$
ocorre condensação
- Não Saturada
 $e < e_s(T)$
- Fica Saturada
 $e = e_s(T)$



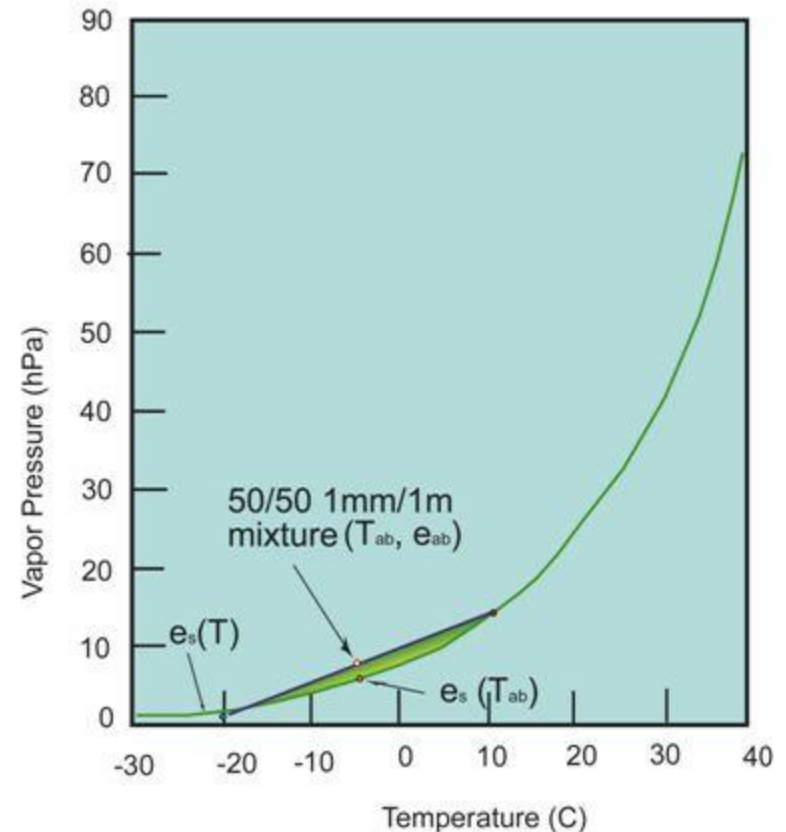
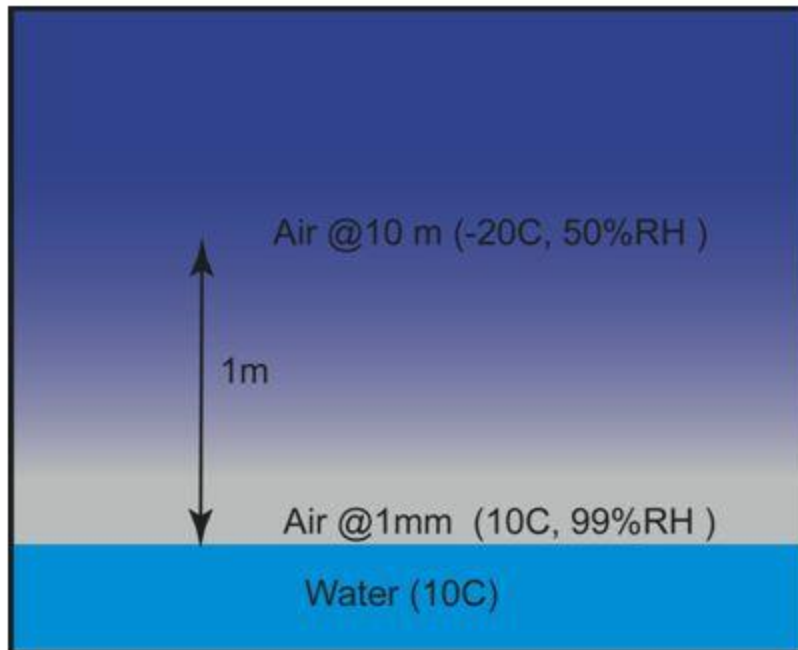


Exemplo: Mistura de uma massa de ar frio sobre um Lago com temperatura mais quente



Foto: <http://wxguys.ssec.wisc.edu/2019/11/18/steamfog/>

Exemplo: Mistura de uma massa de ar frio sobre um Lago com temperatura mais quente



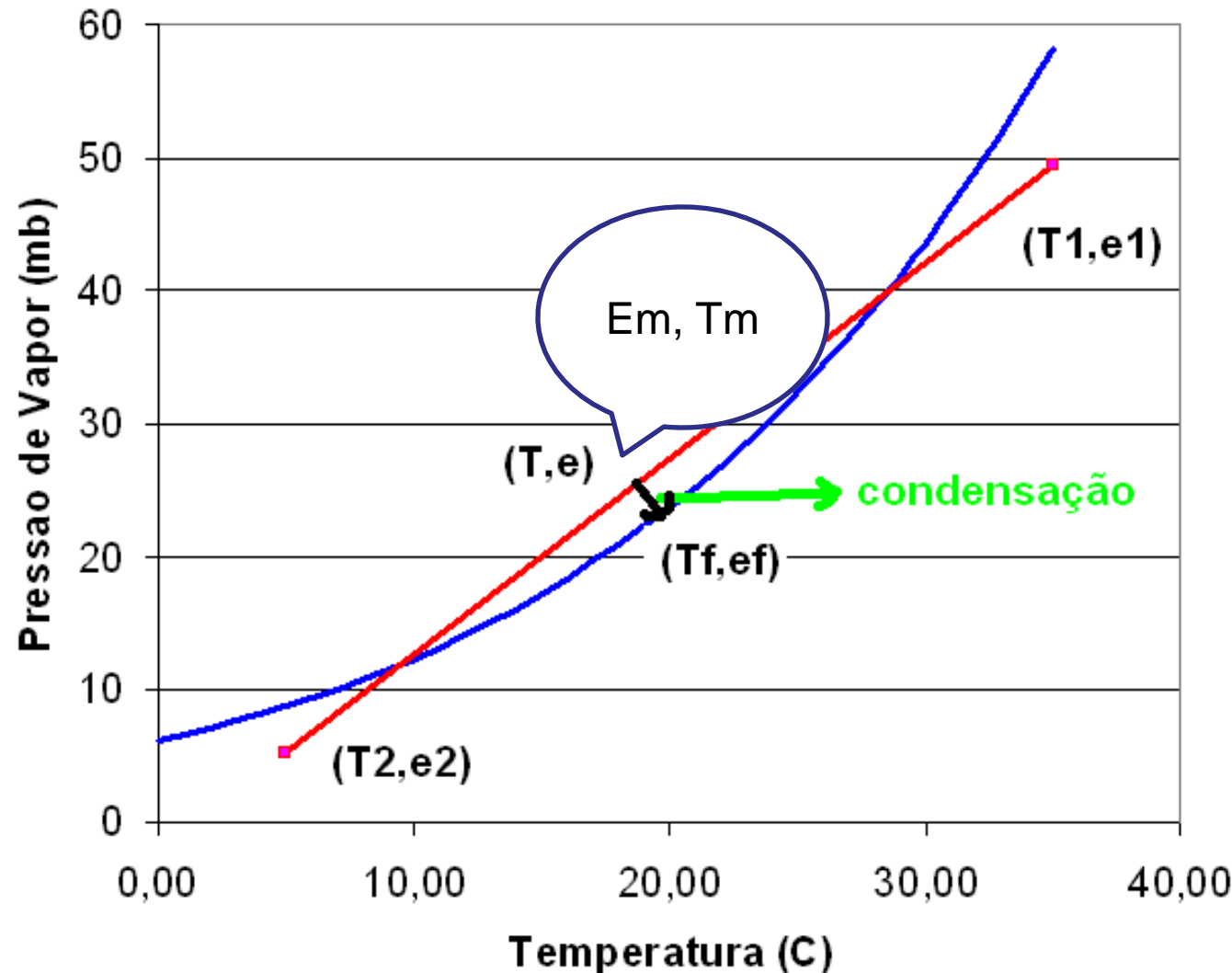
Para saber se irá ocorrer saturação

- 1º Calculamos e_m (mistura)
- 2º Calculamos T_m (mistura)
- 3º A partir de T_m calculamos $e_s(T_m)$ (C.C.)

$$e_s(T_m) = e_s(T_0) \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_m} \right) \right\}$$

- 4º Se $e_m > e_s(T_m)$ então está saturada.

Saturado - Condensando



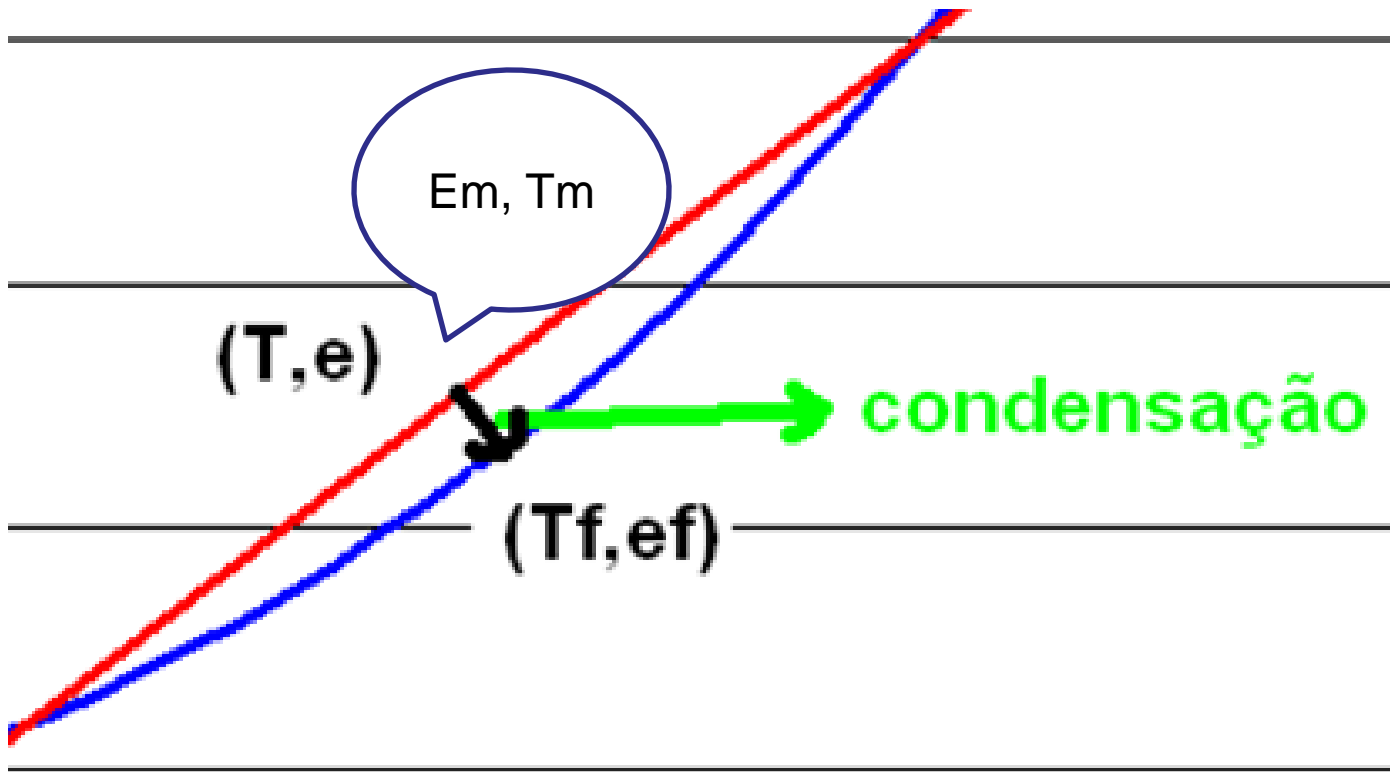
Enquanto o ar estiver super-saturado, o vapor condensa. Neste momento temos a formação de uma nuvem.

A medida que o vapor condensa, a pressão de vapor diminui.

Durante este processo a parcela libera calor latente e assim ela aquece o ar no em torno

Por fim, a condensação cessa quando $e \leq e_s(T)$

Saturado - Condensando



Enquanto o ar estiver super-saturado, o vapor condensa. Neste momento temos a formação de uma nuvem.

A medida que o vapor condensa, a pressão de vapor diminui.

Durante este processo de condensação, a parcela libera calor latente e assim ela aquece o ar no em torno.

A condensação cessa quando $e \leq e_s(T)$

Calculando o vapor condensado e Temperatura da Mistura

- Para calcular a quantidade de vapor d'água ou material condensado e a temperatura que a parcela irá atingir após a condensação, **precisamos avaliar a variação da razão de mistura da parcela a medida que ela esta condensando.**

Calculando o vapor condensado e a temperatura da Mistura

A medida que o vapor condensa, temos uma redução da quantidade de vapor, pois uma fração está sendo convertida em água líquida. Assim, a pressão de vapor diminui.

Além disso, a medida que o vapor d'água condensa a parcela libera calor que é proporcional ao Calor Latente (L_v) multiplicado quantidade de material condensado (dw), logo o calor total é $L_v dw$

Equacionando este processo
temos

Condensação - I

- Podemos expressar o calor liberado durante o processo de condensação como:

$$dq = -Ldw$$

Da 1º lei da termodinâmica temos:

$$dq = c_p dT - \alpha dp$$

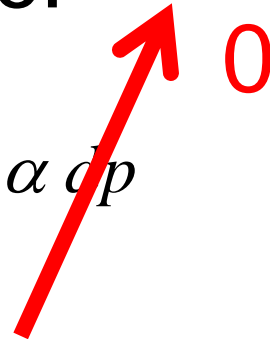
Condensação - II

- Lembrando que temos um **processo isobárico** ($p=\text{cte}$), logo a equação anterior pode se simplificada como:

$$dq = c_p dT - \alpha dp$$



$$c_p dT = -Ldw$$



Condensação - III

- Como a razão de mistura é: $w = \varepsilon \frac{e}{p}$

Temos:

$$c_p dT = -Ld \left(\varepsilon \frac{e}{p} \right), p = \text{const}$$

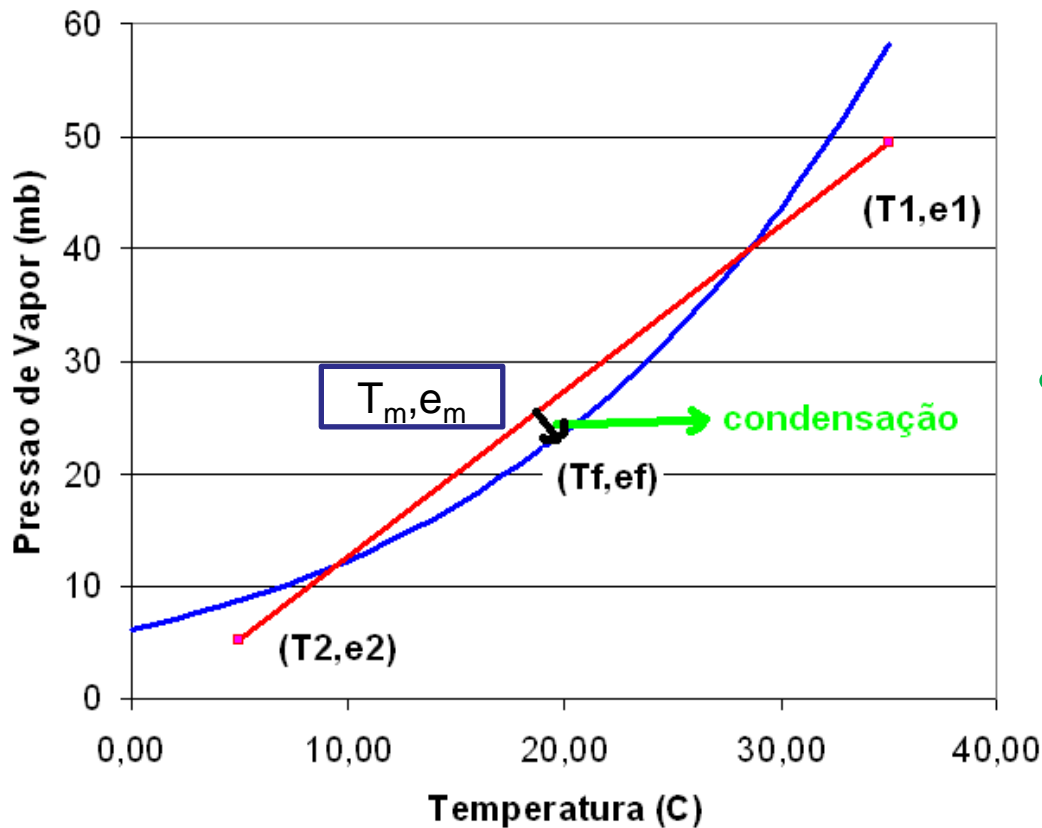
Condensação - IV

- Rearranjando os termos:

$$c_p dT = - \frac{L \varepsilon}{p} de$$

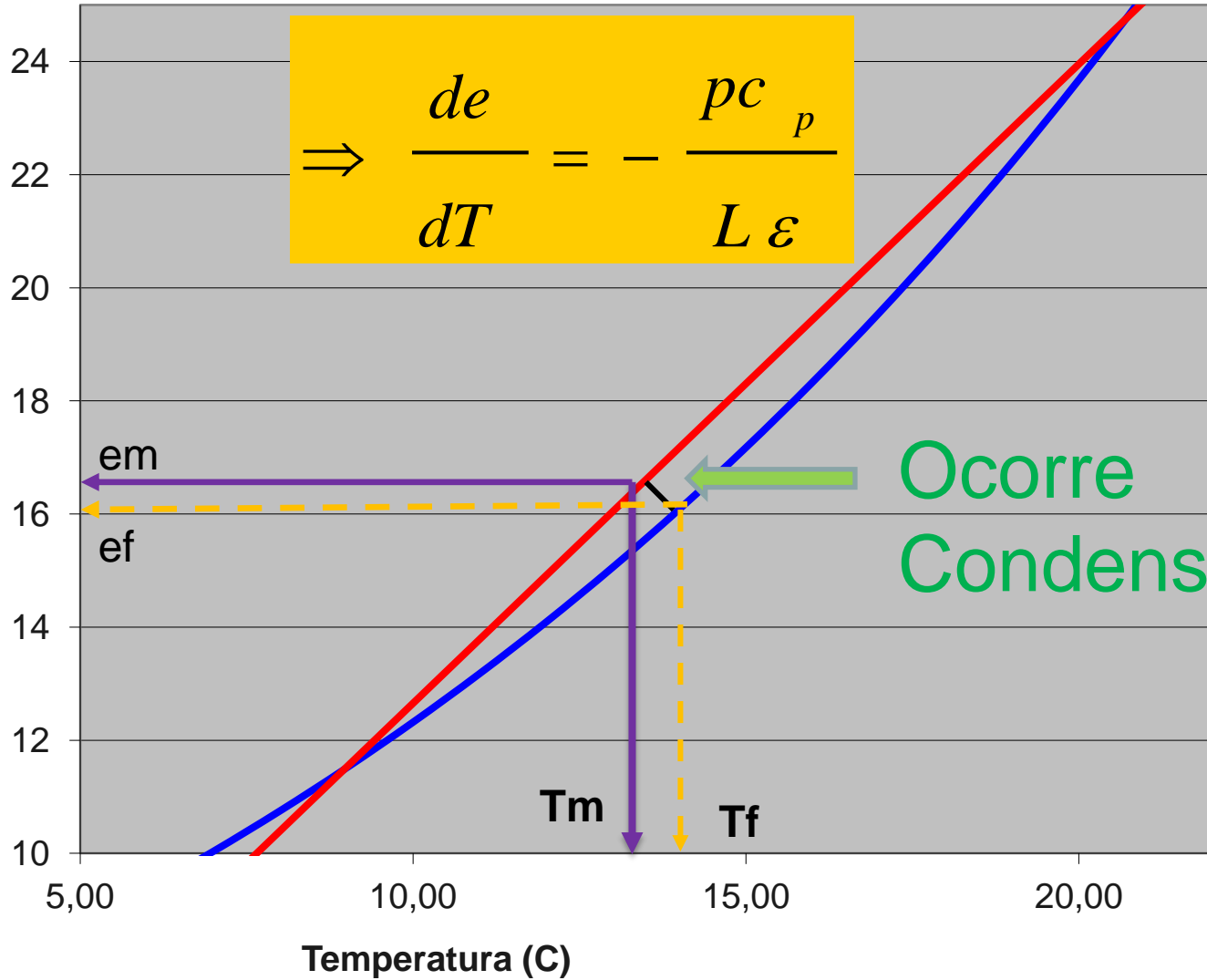
$$\Rightarrow \frac{de}{dT} = - \frac{pc_p}{L \varepsilon}$$

$$\Rightarrow \frac{de}{dT} = - \frac{pc_p}{L \varepsilon}$$



- Esta equação descreve a taxa de mudança da pressão de vapor (e) e da temperatura (T) durante o processo de condensação.
- Basicamente de/dT é o coeficiente angular da reta que descreve o processo de condensação isobárico entre os pontos $(T_m, e_m) \rightarrow (T_f, e_f)$

Pressao de Vapor (mb)



Ocorre
Condensação

- Sendo que T_f e e_f representam a temperatura e a pressão de vapor final de parcela após o processo de condensação terminar, ou seja, quando $e_f = e_s(T_f)$

$$\Rightarrow \int_{e_m}^{e_f} de = - \frac{pc_p}{L \varepsilon} \int_{T_m}^{T_f} dT$$

- Quando isso ocorrer a parcela estará simplesmente saturada, ou seja, $e_f = e_s(T_f)$ ou simplesmente 100%

- Para duas parcelas de nuvem não misturadas que não possuem precipitação considerável, o processo termodinâmico pode ser considerado como saturado, reversível e adiabático.
- Logo a razão de mistura da água total - Q , bem como a temperatura potencial equivalente úmida também são conservativas:

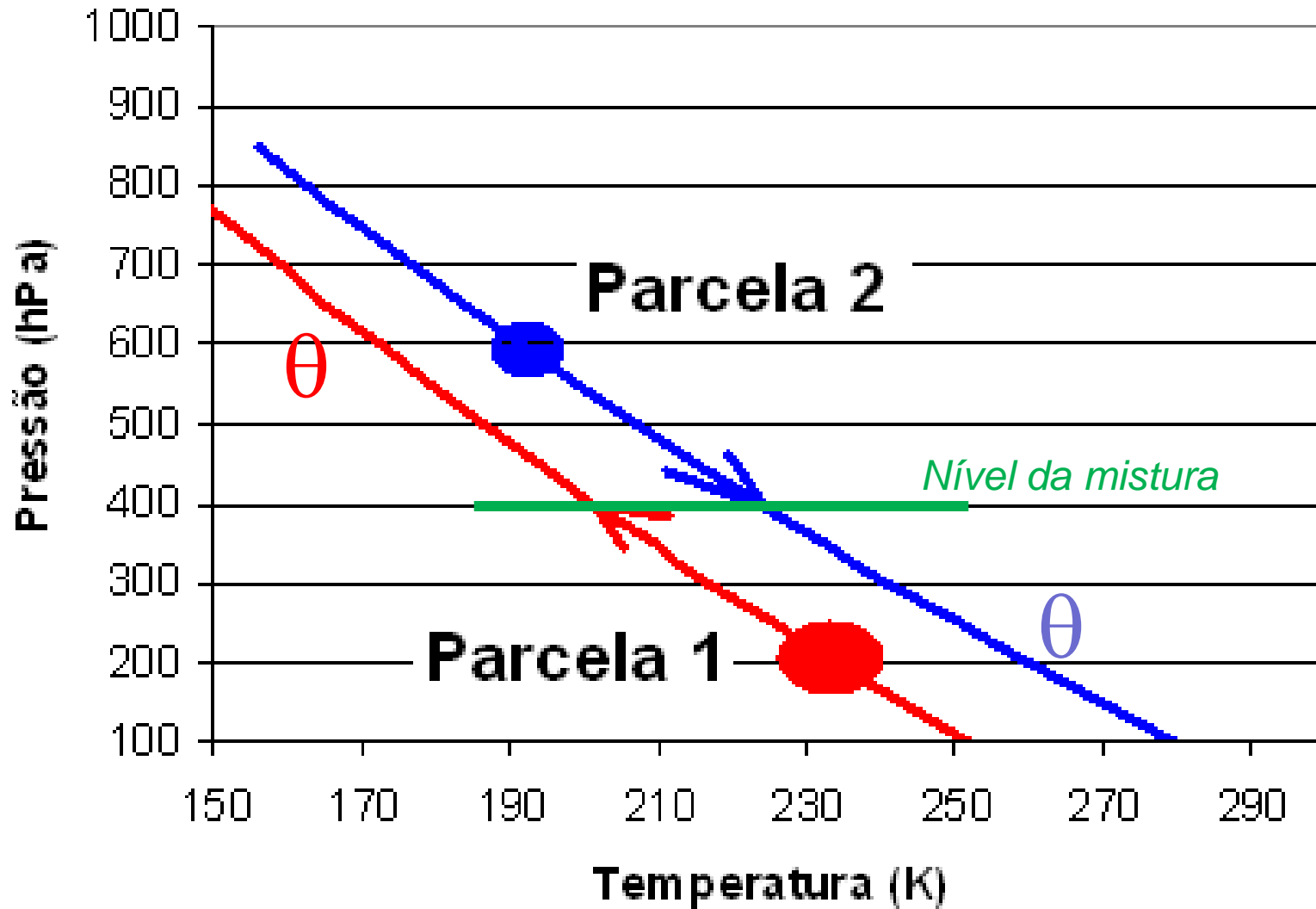
$$Q = \frac{m_1}{m_1 + m_2} Q_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} Q_2$$

$$\theta_q = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \theta_{q1} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \theta_{q2}$$

Mistura adiabática

- Durante processos de levantamento de uma parcela de ar, as massas de ar podem se misturar em diferentes níveis de pressão e como no caso anterior, nuvens e nevoeiros podem ser formados.
- Tal como no processo anterior, a mistura irá ocorrer em um mesmo nível de pressão. Portanto podemos aplicar o mesmo procedimento de mistura isobárica.
- Sendo que neste caso, elas se deslocam até o nível da mistura através de um processo adiabático seco ou saturado.

- Portanto, elas podem sofrer expansão adiabática ($T \downarrow$) ou compressão adiabática ($T \uparrow$) caso não estejam saturadas ou ainda expansão ou compressão pseudo-adiabática caso estejam saturadas.
- Dessa maneira, antes de iniciar os cálculos da mistura temos que acompanhar todos os processos de deslocamento até que a mistura ocorra.



- Durante este processo de mistura adiabática, tanto a **temperatura potencial da mistura** como a respectiva **umidade específica** podem ser representados pela média ponderada das massa das parcelas de ar.

$$q = \frac{m_1}{m_1 + m_2} q_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} q_2$$

$$\theta = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \theta_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \theta_2$$

- Posteriormente, a medida que a coluna de ar estiver totalmente misturada a umidade específica tenderá a um valor constante dentro da coluna

$$q_m = \frac{1}{M} \int_{z_1}^{z_2} \rho q dz$$

$$M = \int_{z_1}^{z_2} \rho dz$$

- Usando a aproximação hidrostática

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

$$-\frac{dp}{g} = \rho dz$$

$$q_m = \frac{1}{M} \int_{z_1}^{z_2} \rho q dz = \frac{1}{M} \int_{P_1}^{P_2} q \left(-\frac{dp}{g} \right)$$

$$q_m = \frac{1}{M} \int_{P_2}^{P_1} q \frac{dp}{g}$$


$$M = \int_{z_1}^{z_2} \rho dz = \rho \Delta z = - \frac{\Delta p}{g}$$

$$q_m = - \frac{g}{\Delta p} \int_{p_2}^{p_1} q \frac{dp}{g} = \frac{1}{\Delta p} \int_{p_1}^{p_2} q dp$$

$$\theta_m = \frac{1}{\Delta p} \int_{p_1}^{p_2} \theta dp$$

o mesmo se aplica para a razão de mistura (w)
e a pressão de vapor (e)

- Finalmente quando a coluna estiver totalmente misturada, a variação da temperatura com a altura na coluna vertical da mistura se aproximará da taxa de variação de temperatura com altura para um processo adiabático seco, ou seja,


$$\frac{d\Gamma}{dz} = \Gamma_d$$

Exemplo

- 2 amostras de ar com mesma massa são misturadas isobaricamente e um nevoeiro se forma. A 1^o amostra está com uma temperatura de 30°C e 90% de UR enquanto que a 2^o amostra tem uma temperatura de 2°C e UR=80%.
- Assumindo que a mistura ocorreu no nível de 1000 mb, determine a temperatura do ar do nevoeiro e o conteúdo de água líquida condensada em gramas de vapor por quilo de ar.

$$T = \frac{m_1}{m_1 + m_2} T_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} T_2$$

- Mas como $m_1 = m_2 = m$

$$T = \frac{m}{m + m} T_1 + \frac{m}{m + m} T_2 = \frac{1}{2} T_1 + \frac{1}{2} T_2$$

$$T_m = \frac{1}{2} 30 + \frac{1}{2} 2 = 15 + 1 = 16 \text{ } ^\circ \text{C}$$

Já a pressão de vapor de Saturação da mistura é

$$e_s(16^\circ C) = e_{s0} \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right\} = 6,11 \exp \left\{ \frac{2,5 \times 10^6}{461} \left(\frac{1}{273,15} - \frac{1}{273,15 + 16} \right) \right\}$$

$$e_{s0} = 6,11 \text{ mb}$$

$$T_0 = 273,15 \text{ K}$$

$$L_v = 2,5 \times 10^6 \text{ J / kg}$$

$$R_v = 461 \text{ J / kgK}$$

$$e_s(16^\circ C) = 18,18 \text{ mb}$$

Agora temos que calcular a pressão de vapor da Mistura

$$e_m = \frac{m_1}{m_1 + m_2} e_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} e_2 = \frac{e_1 + e_2}{2}$$

Mas $e = \frac{UR}{100} e_s(T)$

$$e_1 = \frac{90}{100} e_s(30) = 0,9 \times 42,45 = 38,205 \text{ mb}$$

$$e_2 = \frac{0,8}{100} e_s(2) = 0,8 \times 7,06 = 5,648 \text{ mb}$$

$$e_m = \frac{e_1 + e_2}{2} = \frac{38,205 + 5,648}{2} = 21,93 \text{ mb}$$

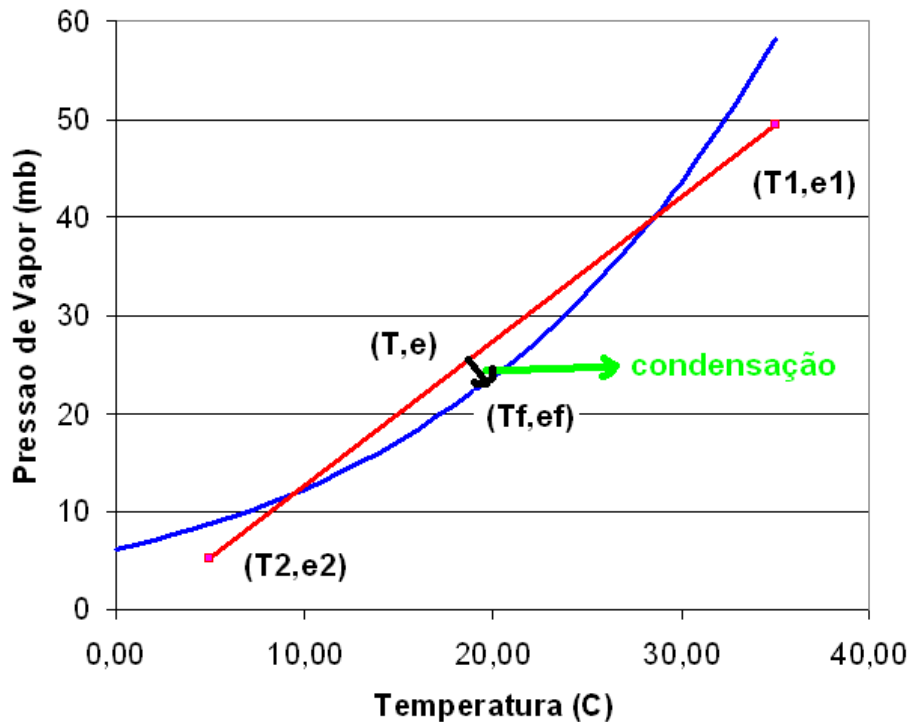
Como $e_m > e_s(T_m) \rightarrow$ Nevoeiro

- $e_s(T_m) = e_s(16^\circ\text{C}) = 18,18 \text{ mb.}$
- $e_m = 21,93 \text{ mb}$
- $\rightarrow e_m > e_s(T_m)$
- ***Então temos condensação***

- Dessa maneira, a pressão de vapor do nevoeiro irá diminuir com a temperatura a medida que a condensação ocorre, e podemos expressa-la como:

$$\frac{de}{dT} = - \frac{\rho c_p}{L \varepsilon}$$

- Logo podemos integrar a equação anterior desde o estágio inicial da mistura (T_m, e_m) até o estágio em que a parcela de ar ficará somente saturada (T^*, e^*)



$$\int_{e_m}^{e^*} de = - \frac{pc}{L \epsilon} \int_{T_m}^{T^*} \frac{dT}{T}$$



$$e^* - e_m = - \frac{pc}{L \epsilon} [T^* - T_m]$$

Como sabemos que a condensação ira ocorrer até que a parcela fique simplesmente saturada, sabemos que no final $e^* = es(T^*)$

- Pela equação de Clausius-Clapeyron $e_s(T^*)$ pode ser expresso como:

$$e_s(T^*) = e_s(T_m) \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_m} - \frac{1}{T^*} \right) \right\}$$

Lembrando que

$$L_v = 2,5 \times 10^6 \text{ J/kg}, R_v = 461 \text{ J/kgK}$$

$$e_m = 21,93 \text{ mb}, T_m = 16^\circ\text{C} \text{ e}$$

$$e_s(T_m) = 18,18 \text{ mb}$$

Portanto, temos que fazer um processo de interação entre as equações de condensação e C.C de forma que no final $e^* = e_s(T^*)$.

$$e^* = e_m - \frac{pc_p}{L \varepsilon} [T^* - T_m]$$

$$e_s(T^*) = e_s(T_m) \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left[\frac{1}{T_m} - \frac{1}{T^*} \right] \right\}$$

Interação

$T^*(^{\circ}\text{C})$	$e^*(\text{mb})$	$e_s(T^*)$
16,0	21,93	18,18
18,0	20,64	20,85
17,0	21,28	19,55
17,5	20,96	20,19
17,75	20,80	20,52
17,875	20,72	20,68
17,94	20,68	20,77
17,91	20,70	20,73
17,89	20,71	20,70

$$e_m = 21,93 \text{ mb}, e_s(T_m) = 18,18 \text{ mb}$$

$$T_m = 16^{\circ}\text{C}$$

$$e^* = 21,93 - \frac{pc_p}{L \varepsilon} [T^* - 16,0]$$

$$e_s(T^*) = 18,18 \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left[\frac{1}{273,15 + 16} - \frac{1}{T^*} \right] \right\}$$

- Agora para calcularmos o conteúdo de água líquida condensada precisamos saber qual foi a diminuição da razão de mistura durante este processo de condensação, ou seja, quanto de água líquida foi condensada $\rightarrow \Delta\chi = -(w^* - w_m)$
- Como , temos que:

$$w^* = 0,622 \times \frac{20,70}{1000} = 0,012875$$

$$w_m = 0,622 \times \frac{21,93}{1000} = 0,01364$$

- $\rightarrow \Delta\chi = 7,6 \times 10^{-4} \text{ kg/kg} = 0,76 \text{ g/kg} \rightarrow 0,76 \text{ ml}$

Artigo 2

Apresentação: 28/8/2020

15 MAY 2000

KOROLEV AND ISAAC

1675

Drop Growth Due to High Supersaturation Caused by Isobaric Mixing

ALEXEI V. KOROLEV AND GEORGE A. ISAAC

https://www.storm-t.iag.usp.br/pub/AGM5818/Aulas-Antigas/2018/Artigo_02_Isobaric_Mixing_Korolev_Isaac_2016.pdf

Lista 2: Entrega 28/8/2020

1) Faça um resumo do Artigo intitulado:
“Drop growth due to high supersaturation
caused by isobaric mixing”

https://www.storm-t.iag.usp.br/pub/AGM5818/Aulas-Antigas/2018/Artigo_02_Isobaric_Mixing_Korolev_Isaac_2016.pdf

2) Suponha que uma massa de ar polar se desloca sobre a cidade de São Paulo e existe possibilidade de ocorrer formação de nevoeiro.

Assuma que a massa de ar Polar e a massa de ar sobre a cidade São Paulo tenham massas M_1 e M_2 e são misturadas isobaricamente ao nível de 927 hPa.

A massa de ar Polar esta com Temperatura de 5°C e UR de 58%.

A massa de ar sobre SP esta com temperatura de 35°C e UR de 73%

- a) Calcule qual o intervalo de massas (M_1 e M_2) que possibilita a formação de nevoeiro.
- b) Calcule a temperatura do nevoeiro e água líquida condensada em litros para a mistura que apresentar a maior supersaturação.
- c) A partir de que valor de umidade relativa a massa de ar sobre SP teria que ter para que não tivéssemos a formação de um nevoeiro.
- d) A partir de que temperatura a massa de ar Polar tem que ser aquecida para não termos a formação de um nevoeiro.

Demonstração da expressão de T

$$m_1(c_p + w_1 c_{pv})(T_1 - T) = m_2(c_p + w_2 c_{pv})(T - T_2)$$

$$m_1(c_p + w_1 c_{pv})T_1 + m_2(c_p + w_2 c_{pv})T_2 = m_1(c_p + w_1 c_{pv})T + m_2(c_p + w_2 c_{pv})T$$

$$T \{m_1(c_p + w_1 c_{pv}) + m_2(c_p + w_2 c_{pv})\} = m_1(c_p + w_1 c_{pv})T_1 + m_2(c_p + w_2 c_{pv})T_2$$

$$T = \frac{m_1(c_p + w_1 c_{pv})T_1 + m_2(c_p + w_2 c_{pv})T_2}{m_1(c_p + w_1 c_{pv}) + m_2(c_p + w_2 c_{pv})}$$

$$, c_{pv} = 1,93 \text{ kJ / kgK} \quad e \quad c_p = 1,03 \text{ kJ / kgK}$$

$$w_1 c_{pv} = 30 \times 1,93 \text{ [kJ * 0,001 kg / kg]} = 5,79 \text{ J / Kkg}$$

$$c_p + w_1 c_{pv} \cong c_p$$

$$T = \frac{m_1(c_p)T_1 + m_2(c_p)T_2}{m_1(c_p) + m_2(c_p)} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$$