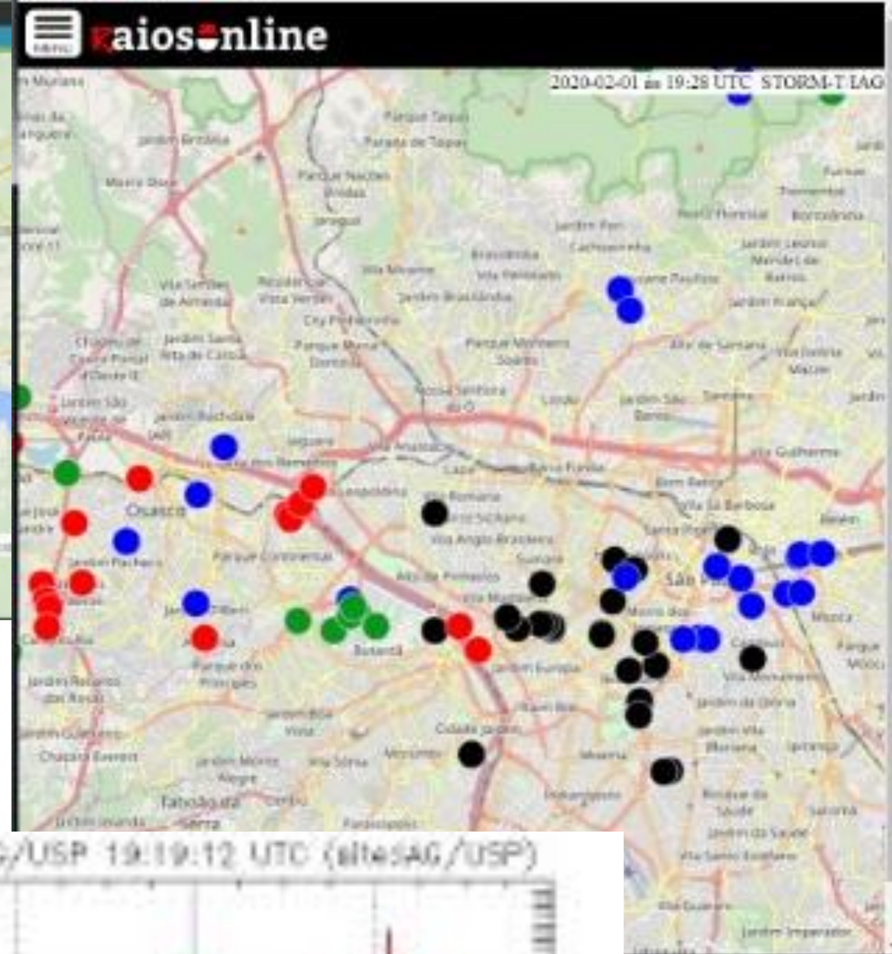
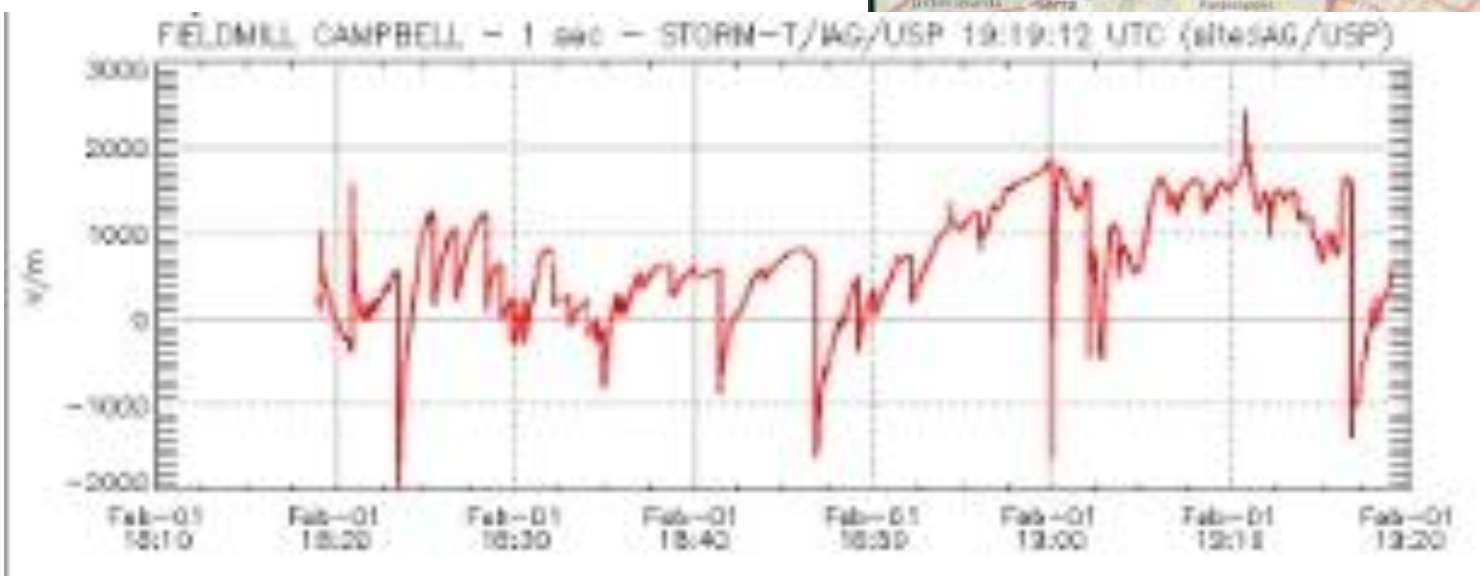
Introdução à Estrutura Atmosférica

Revisão de Eletricidade e Magnetismo:

Lei de Coulomb


Chuva Online
CLIMATEMPO
São Paulo
Osasco
São Bernardo do Campo


raiosonline
2020-02-01 às 19:28 UTC STORM-T IAG
Osasco
São Paulo
Butantã


FIELDMILL CAMPBELL - 1 sec - STORM-T/IAG/USP 19:19:12 UTC
3000
2000
1000
0
-1000
-2000
V/m
Feb-01 18:10
Feb-01 18:20
Feb-01 18:30
Feb-01 18:40
Feb-01 18:50
Feb-01 19:00
Feb-01 19:10
Feb-01 19:20

A carga elétrica é uma propriedade fundamental das particulas elementares, as quais são descritas como elétrons, prótons e neutrons.

Elétron	$Me = 9.1 \times 10^{-31}$ kg	$q_e = -1.6 \times 10^{-19}$ Coulomb (C)
Proton	$Mp = 1.7 \times 10^{-27}$ kg	$q_p = +1.6 \times 10^{-19}$ Coulomb
Neutron	$Mn = 1.7 \times 10^{-27}$ kg	$q_n = 0$ (neutro)

Uma das mais importantes propriedades das cargas é:

As cargas não podem ser criadas nem destruidas.

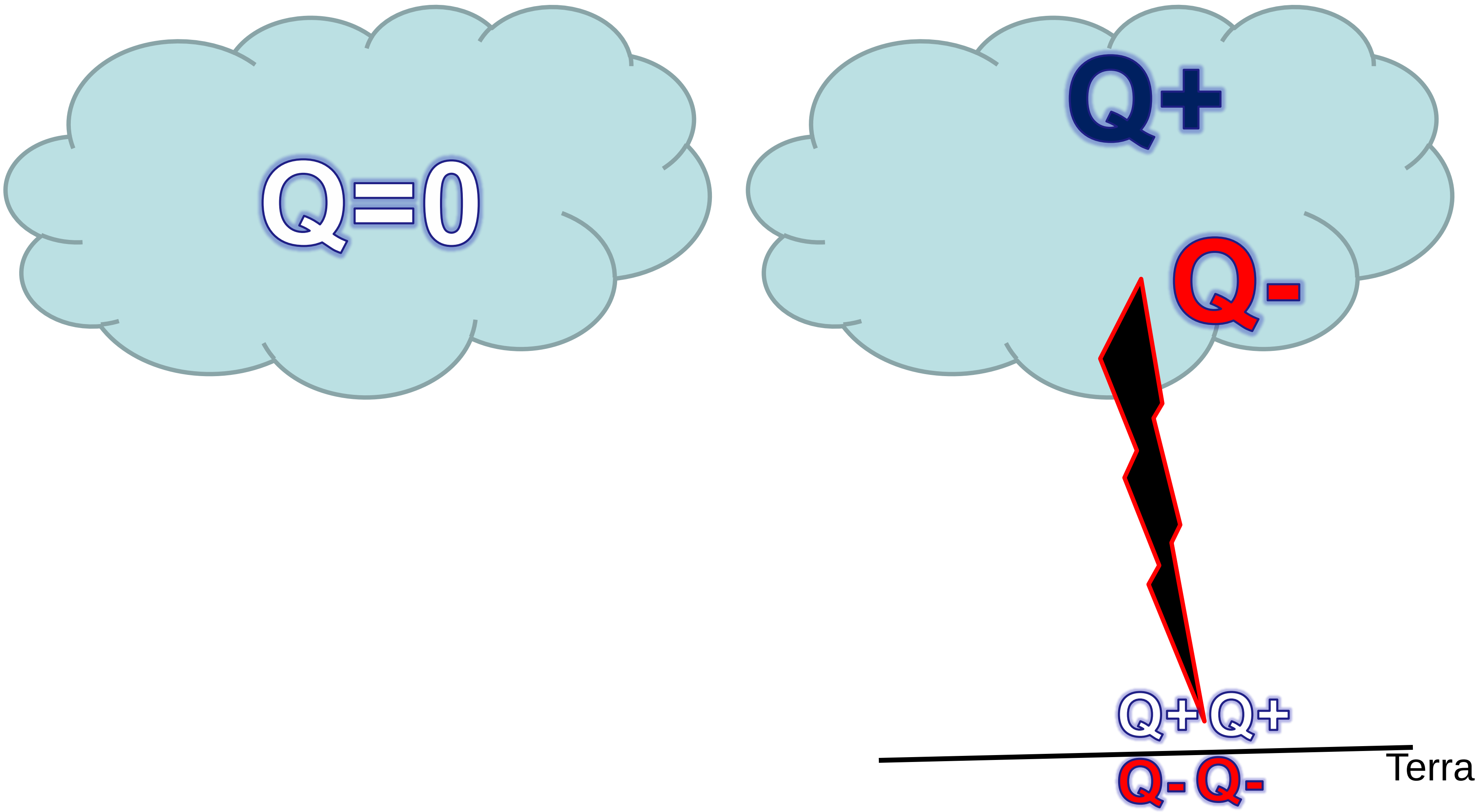
Portanto:

- Se observamos uma carga: ela é proveniente de algum lugar;
- Se a carga desapareceu: ela se moveu para outro lugar.

Esta propriedade implica em uma lei básica da física:

"A conservação de cargas"

Em eletricidade atmosférica é comum utilizarmos os termos: "geração de cargas" e "separação de cargas".



Portanto, isto significa que haverá uma re-distribuição sistemática das cargas existentes. *Como a conservação de cargas não pode ser violada, isto implica que existe um balanço de cargas.*

As moléculas são uma combinação de dois ou mais átomos que estão juntos devido a forças inter-atômicas. Sendo que as moléculas são eletricamente neutras.

Os íons, por sua vez, são o resultado da adição ou remoção de elétrons de átomos ou moléculas e têm dimensões atômicas e moleculares (raios cósmicos e radioatividade natural).

Lei de Coulomb - Campo Elétrico (1783)

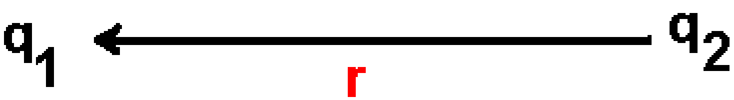
A lei de Coulomb baseia-se em medidas experimentais e foi expressa matematicamente através de observações.

- *A força exercida por dois pontos de carga é proporcional à magnitude de cada uma destas cargas e é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas;*

- *Esta força tem direção ao longo da linha que separa as duas cargas.*

- *A força é atrativa se as cargas são de sinais opostos e repulsiva quando são iguais*

Equação de Coulomb: $$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{a}_{r21} \; (N) \qquad \textbf{(1)}$$



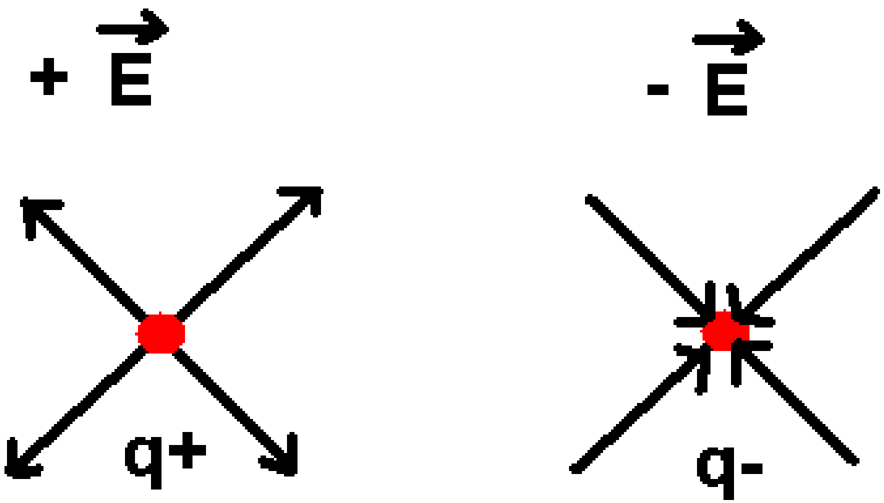
Onde F_{21} é a força exercida pela carga 2 (q_2) sobre a carga q_1
r é a distância entre as duas cargas
a_r é o vetor unitário apontando de q2 a q1
ε permissividade di-elétrica do ar
k = $4\pi\varepsilon$ = cte de Coulomb ou cte Eletrostática
Sendo que 1/k (MKS) = $10^{-7}c^2$
(c = velocidade da luz = $3x10^8$ m/s)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{21}}{q_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_2}{r^2}\hat{a}_{r21}\left[\frac{N}{C}\right] ou \left[\frac{V}{m}\right] \qquad \mathbf{(2)}$$

O campo elétrico é um conceito abstrato que define a força que uma carga (usualmente definida como carga de teste) experimentaria quando deslocada a uma distância (r) relativa a carga q_2. Dessa forma, como somente uma carga está sendo analisada, o campo elétrico pode ser definido como:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{r^2}\hat{a}_r\left[\frac{N}{C}\right] ou \left[\frac{V}{m}\right] \qquad \mathbf{(3)}$$

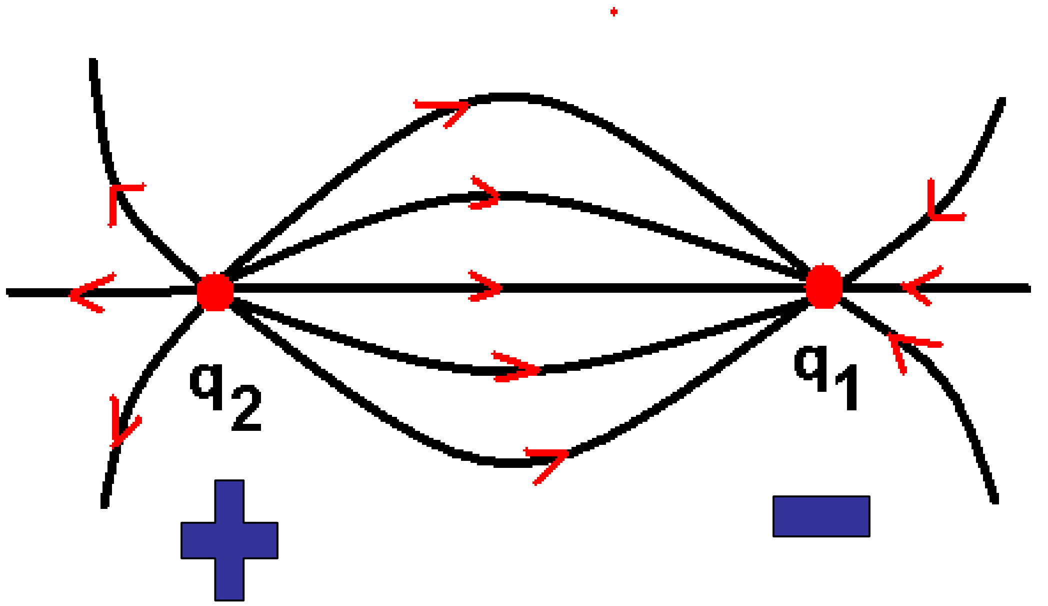
A polaridade (sinal) da carga define a polaridade (sinal) do Campo Elétrico, e conseqüentemente a direção.



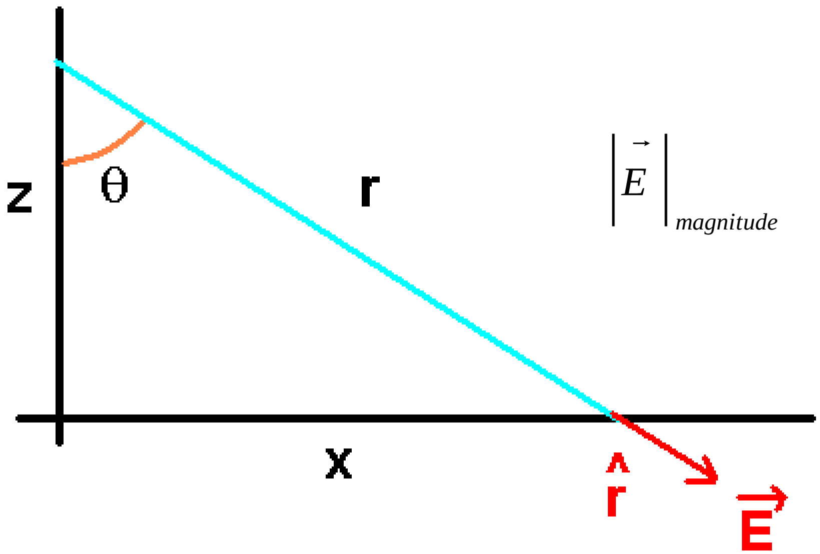
Então a partir das equações (1) e (3), a força da carga de teste q_1 sob a ação de um campo elétrico causado por outra carga é definido como:

$$\vec{F} = q_1 \vec{E} \qquad (4)$$

as linhas do campo elétrico podem ser descritas como:

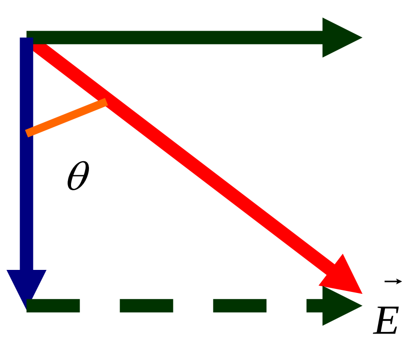


Exemplo do E sobre um ponto no plano



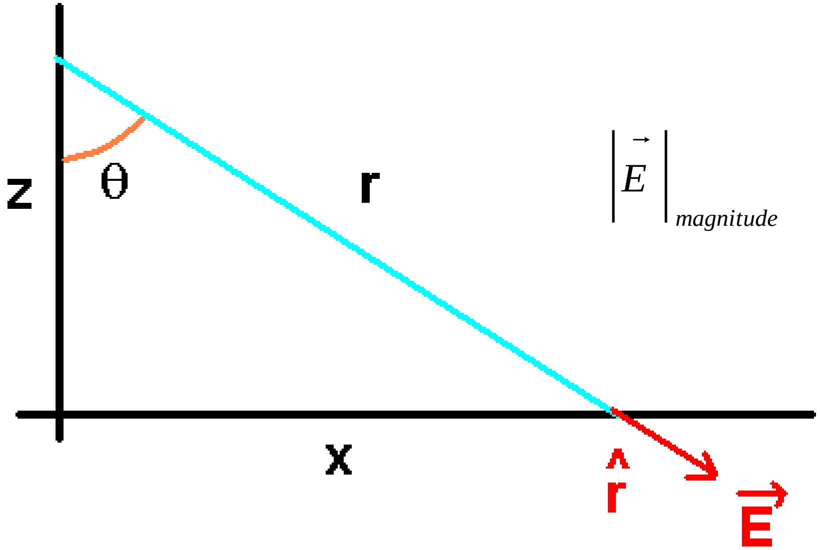
$$\left|\vec{E}\right|_{magnitude} = \left|\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{r^2}\hat{a}_r\right|$$

$$E_Z = E\cos\theta$$



$$E_X = E\sin\theta$$

Exemplo do E sobre um ponto no plano



$$\left|\vec{E}\right|_{magnitude} = \left|\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{r^2}\hat{a}_r\right|$$

Como

$$r = \sqrt{(x^2 + z^2)}$$

Temos :

$$\left|\vec{E}\right|_{magnitude} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{(x^2 + z^2)}$$

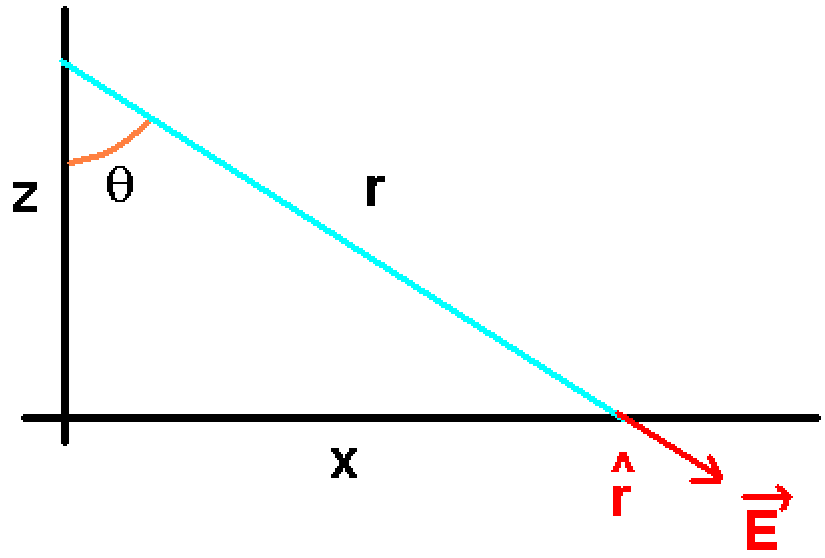
Decompondo

$$Ex = E\sin\theta$$

$$Ez = E\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{(x^2 + z^2)}}$$

$$\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{(x^2 + z^2)}}$$



Assim,

$$Ex = E\sin\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{(x^2 + z^2)}\sin\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$Ez = E\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{(x^2 + z^2)}\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qz}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$E_{total} = \sqrt{E_{totx}^{2} + E_{totz}^{2}}$$

como

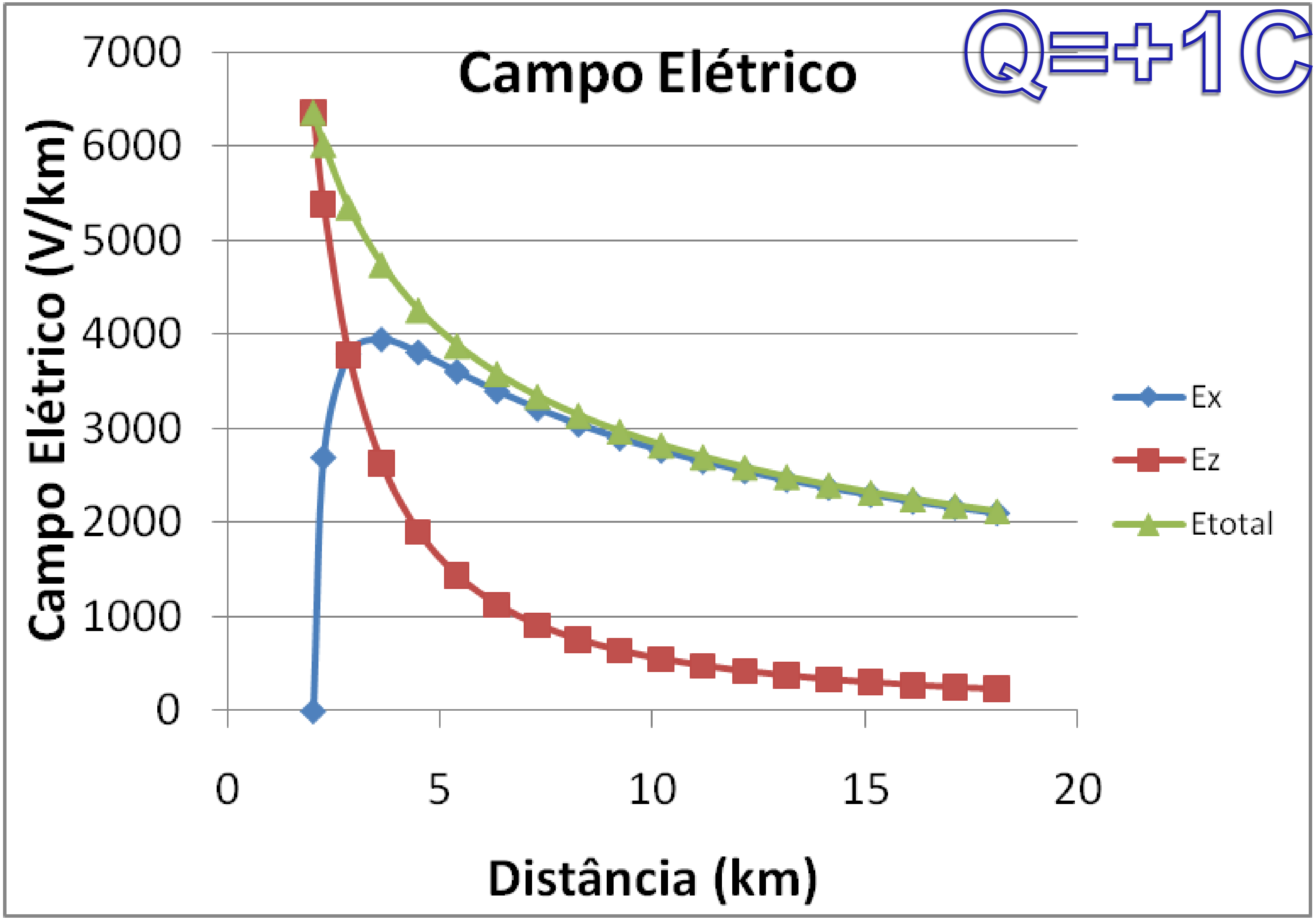
$$Ex = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qx}{(x^{2}+z^{2})^{3/2}}$$

$$Ez = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qz}{(x^{2}+z^{2})^{3/2}}$$

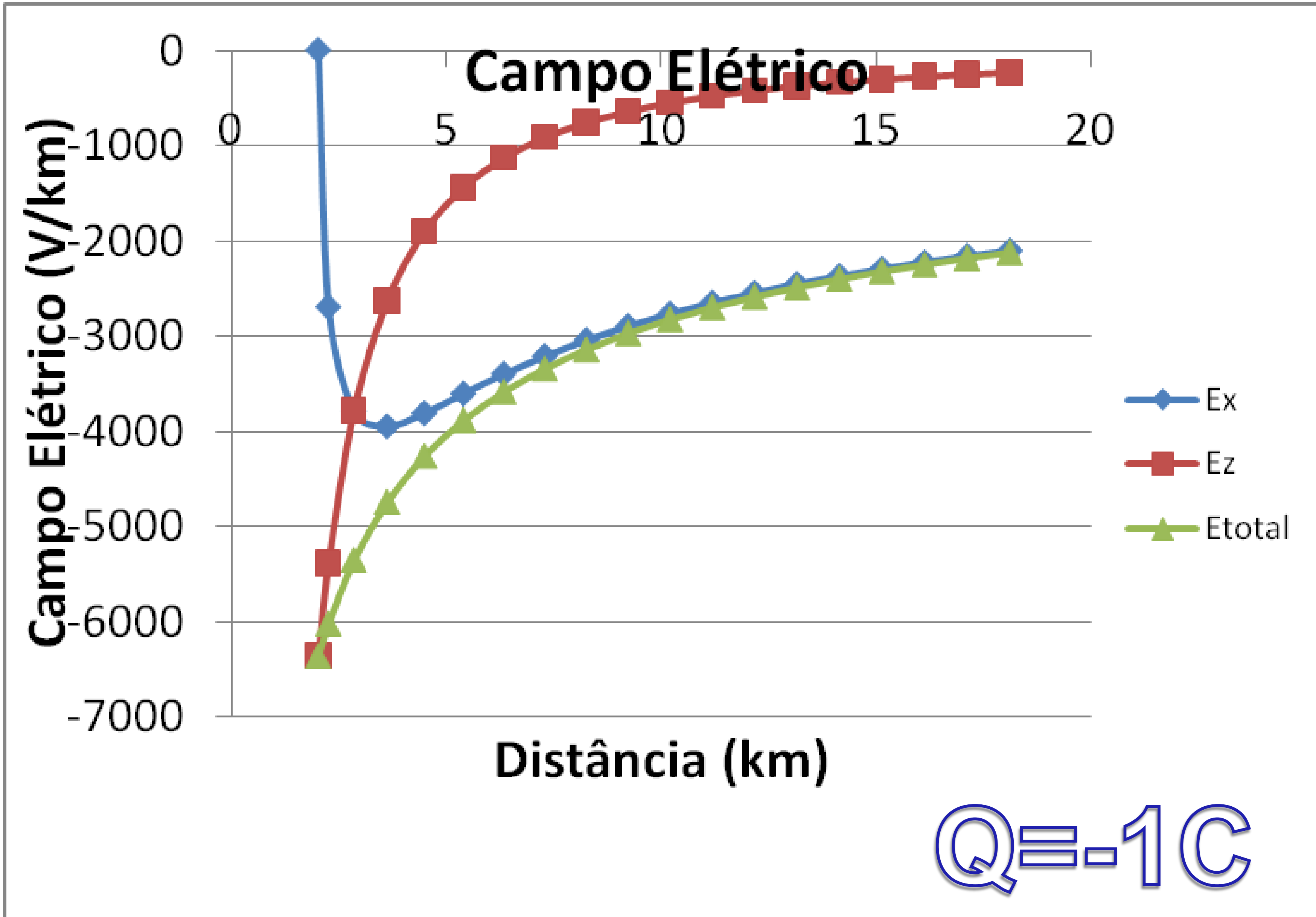
temos

$$Etotal = \sqrt{\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qx}{(x^{2}+z^{2})^{3/2}}\right]^{2} + \left[\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qz}{(x^{2}+z^{2})^{3/2}}\right]^{2}}$$

$$Etotal = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\sqrt{\left[\frac{x}{(x^{2}+z^{2})^{3/2}}\right]^{2} + \left[\frac{z}{(x^{2}+z^{2})^{3/2}}\right]^{2}}$$



Q=+1C
Campo Elétrico
Campo Elétrico (V/km)
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
5
10
15
20
Distância (km)
Ex
Ez
Etotal



Campo Elétrico
Campo Elétrico (V/km)
Distância (km)
0
-1000
-2000
-3000
-4000
-5000
-6000
-7000
0
5
10
15
20
Ex
Ez
Etotal
Q=-1C

Super-posição de cargas

• Vamos assumir que existam N cargas em vez de uma carga;
• Logo cada ponto de carga irá contribuir para o Campo Elétrico sobre o ponto P.

$$\vec{E}_{total} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{\left|\vec{r} - \vec{r}_i\right|^2} \hat{a}_{ri}$$

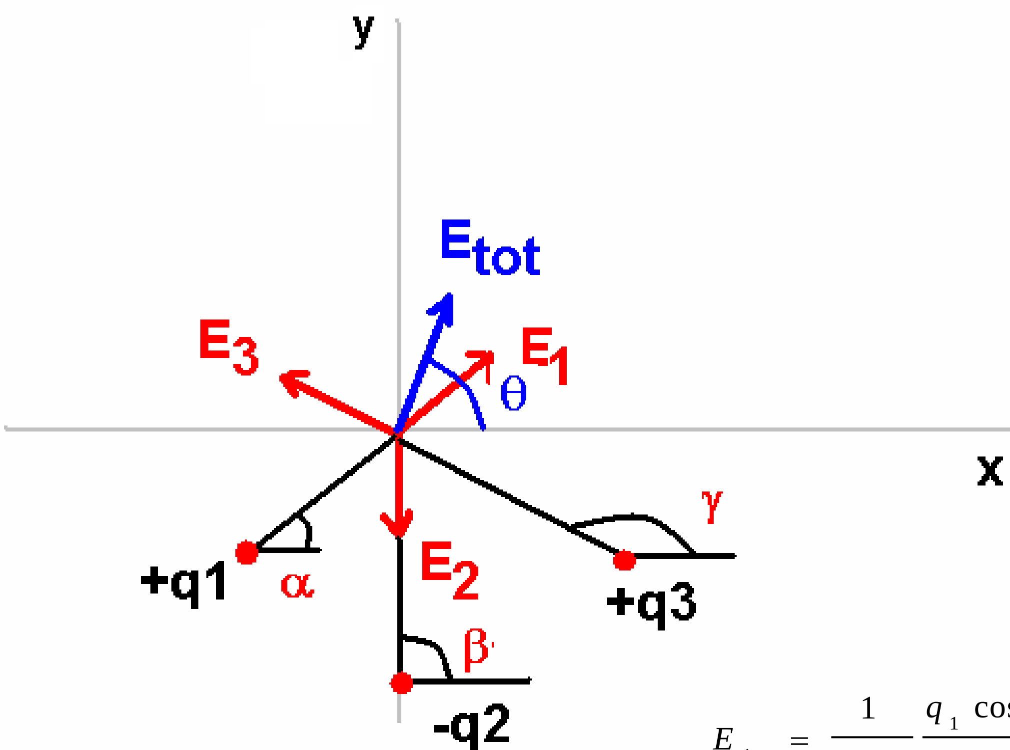
$$E_{totx}=E_{1x} + E_{2x} + E_{3x}$$

$$E_{toty}=E_{1y} + E_{2y} + E_{3y}$$

$$E_{total} = \sqrt{E_{totx}^2 + E_{toty}^2}$$

com

$$direcao = \theta = \arctan\left(\frac{E_{toty}}{E_{totx}}\right)$$



$$E_{1x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1\cos\alpha}{r_1^2}$$

$$E_{1y} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1\sin\alpha}{r_1^2}$$

$$E_{2x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{-q_2\cos\beta}{r_2^2} = 0$$

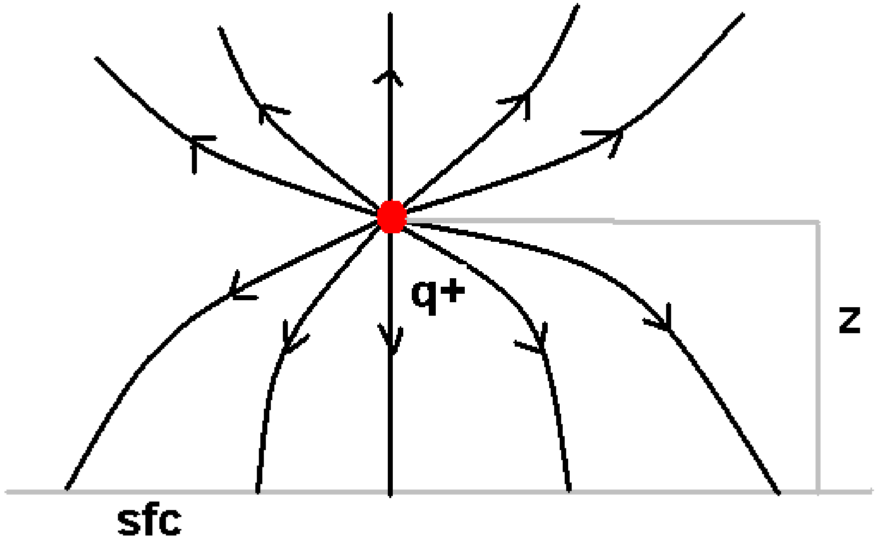
$$E_{2y} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{-q_2\sin\beta}{r_2^2}$$

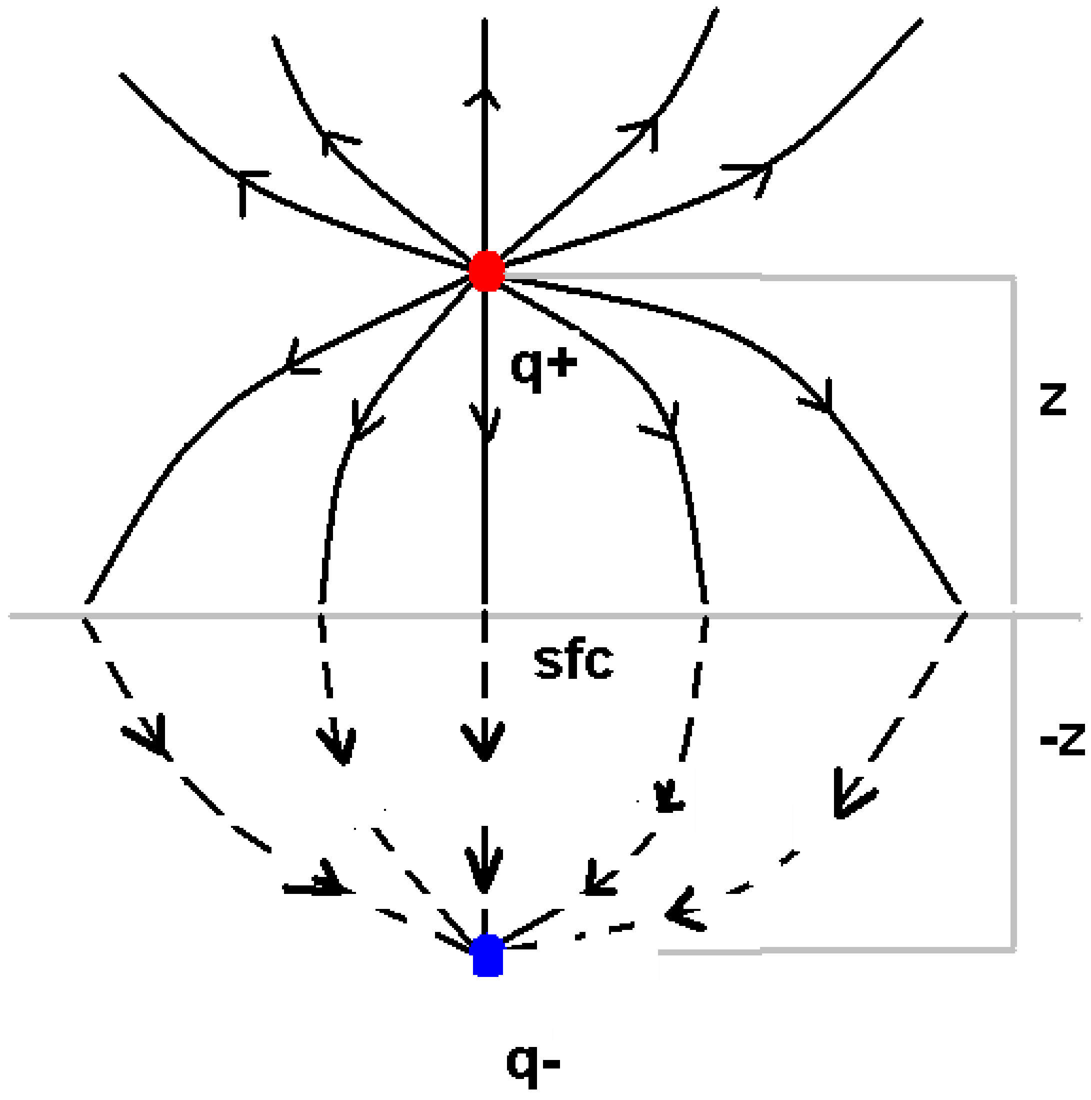
$$E_{3x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_3\cos\gamma}{r_3^2}$$

$$E_{3y} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_3\sin\gamma}{r_3^2}$$

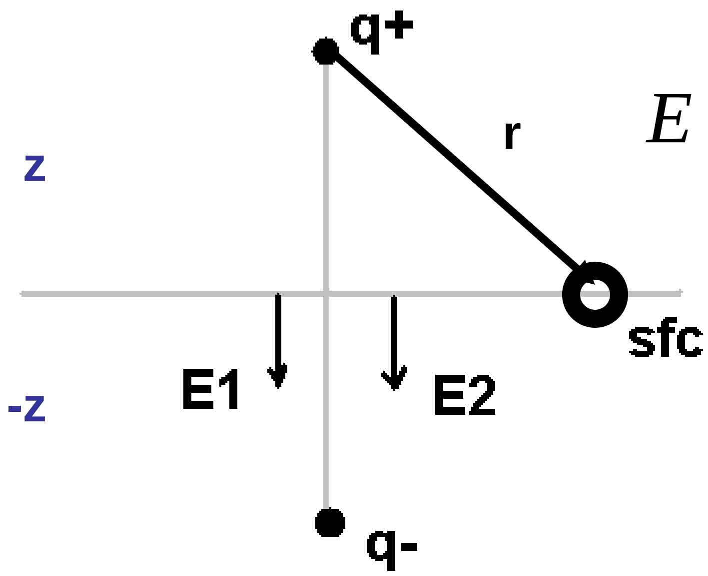
Campo Elétrico Sobre um Condutor

Este exemplo é similar a uma nuvem de tempestade carregada sobre a superfície da terra.





A carga na nuvem induz uma redistribuição de cargas na superfície da terra, pois elas reagem à presença de um campo elétrico sobre ela, *uma vez que a Terra é um condutor.*



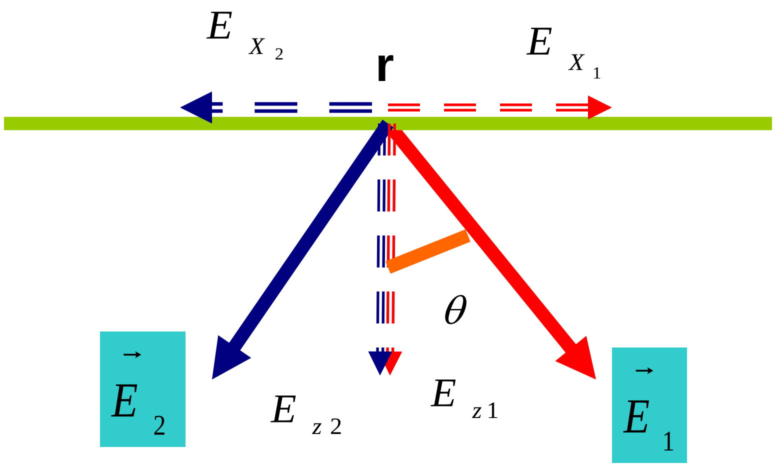
$$E_{total} = \sqrt{E_x^2 + E_z^2} = E_z$$

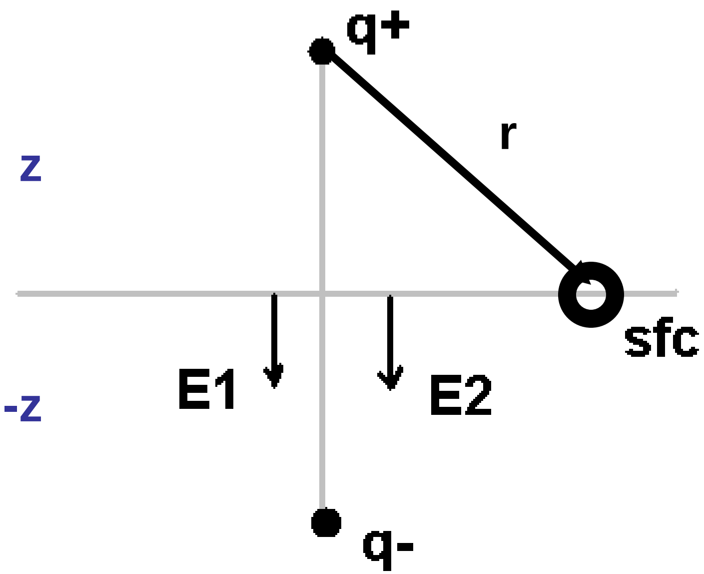
Componente Horizontal

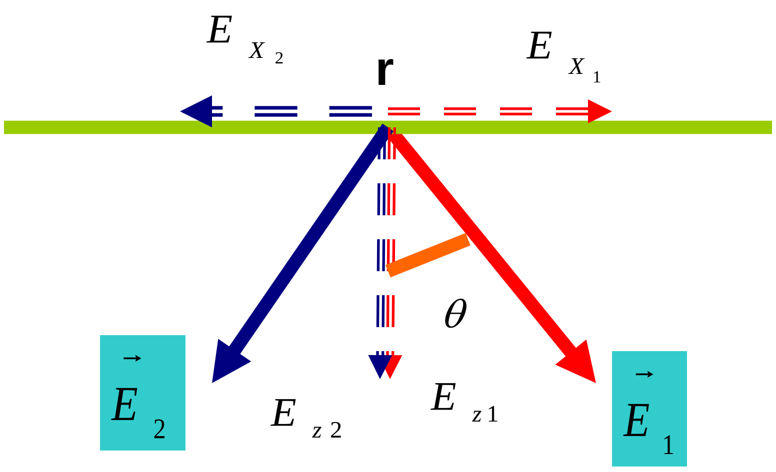
$$E_X = E \sin \theta$$

Componente Vertical

$$E_Z = E \cos \theta$$







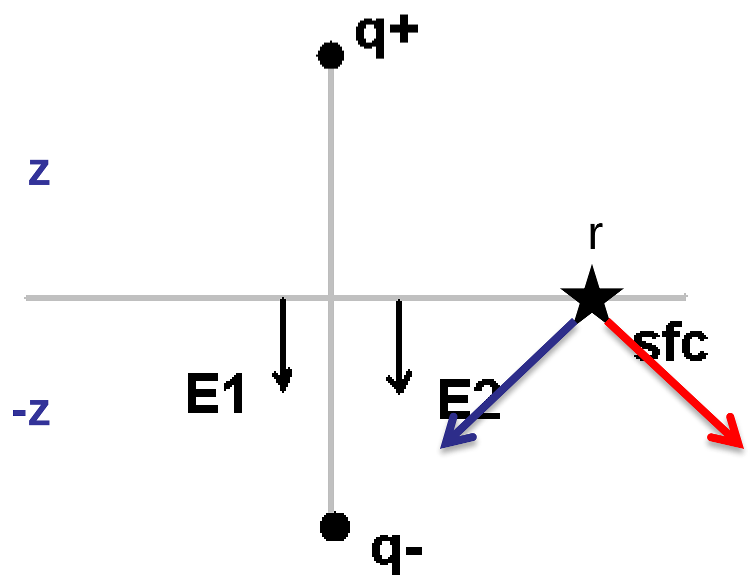
Componente Horizontal

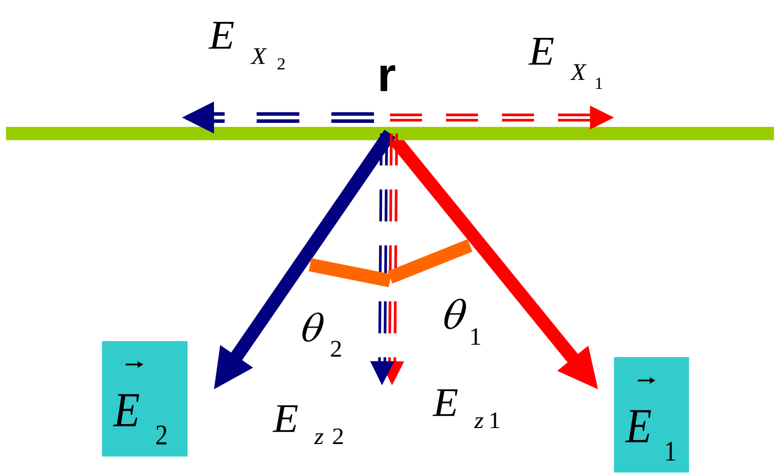
$$E_X = E \sin \theta$$

$$E_{X_1} = E_1 \sin \theta$$

$$E_{X_2} = - E_2 \sin \theta$$

$$E_X = E_{X_1} + E_{X\,2} = 0$$





Componente Vertical

$$E_Z = E \cos \theta$$

$$E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 \cos \theta_1}{r^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_2 \cos \theta_2}{r^2}$$

mas

$$q_1 = +q$$

$$q_2 = -q$$

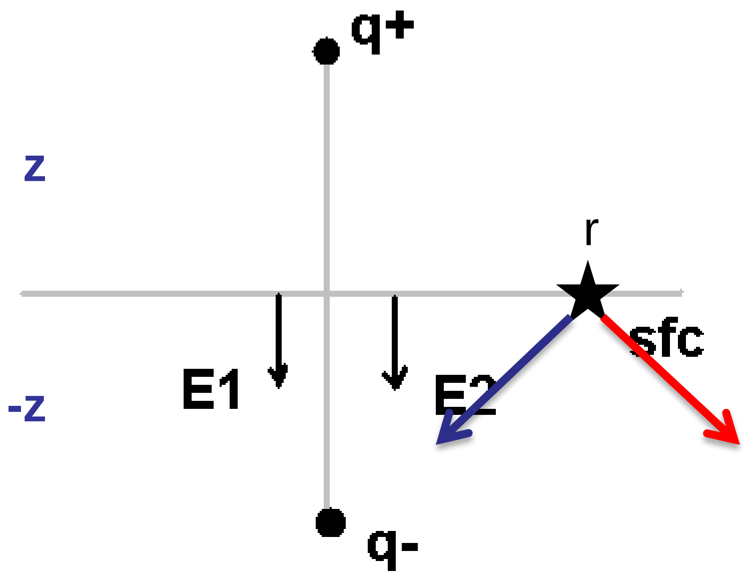
$$\Rightarrow E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{+q \cos \theta_1}{r^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{-q \cos \theta_2}{r^2}$$

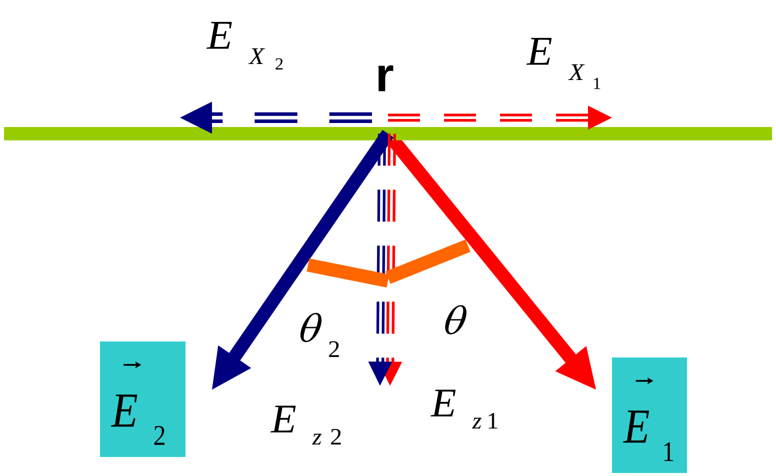
mas

$$\cos \theta_1 = \frac{-z}{r}$$

$$\cos \theta_2 = \frac{-z}{-r} = \frac{z}{r}$$

$$\Rightarrow E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{-qz}{r^3} + \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{-qz}{r^3}$$





Componente Vertical

$$E_Z = E \cos \theta$$

$$E_z = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qz}{r^3} - \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qz}{r^3}$$

$$\Rightarrow E_z = -\frac{1}{2\pi\varepsilon}\frac{qz}{r^3}$$

mas

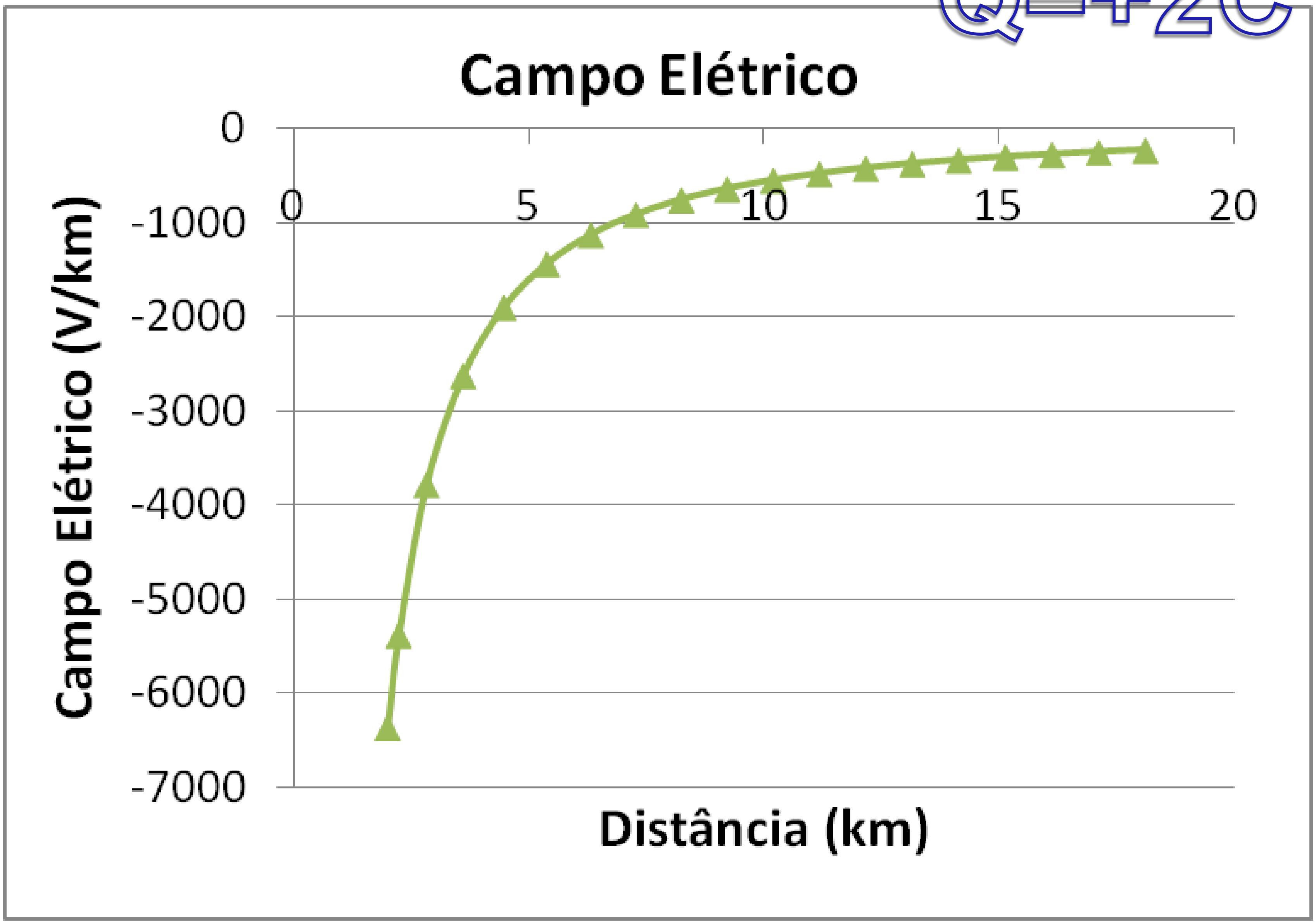
$$r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

então

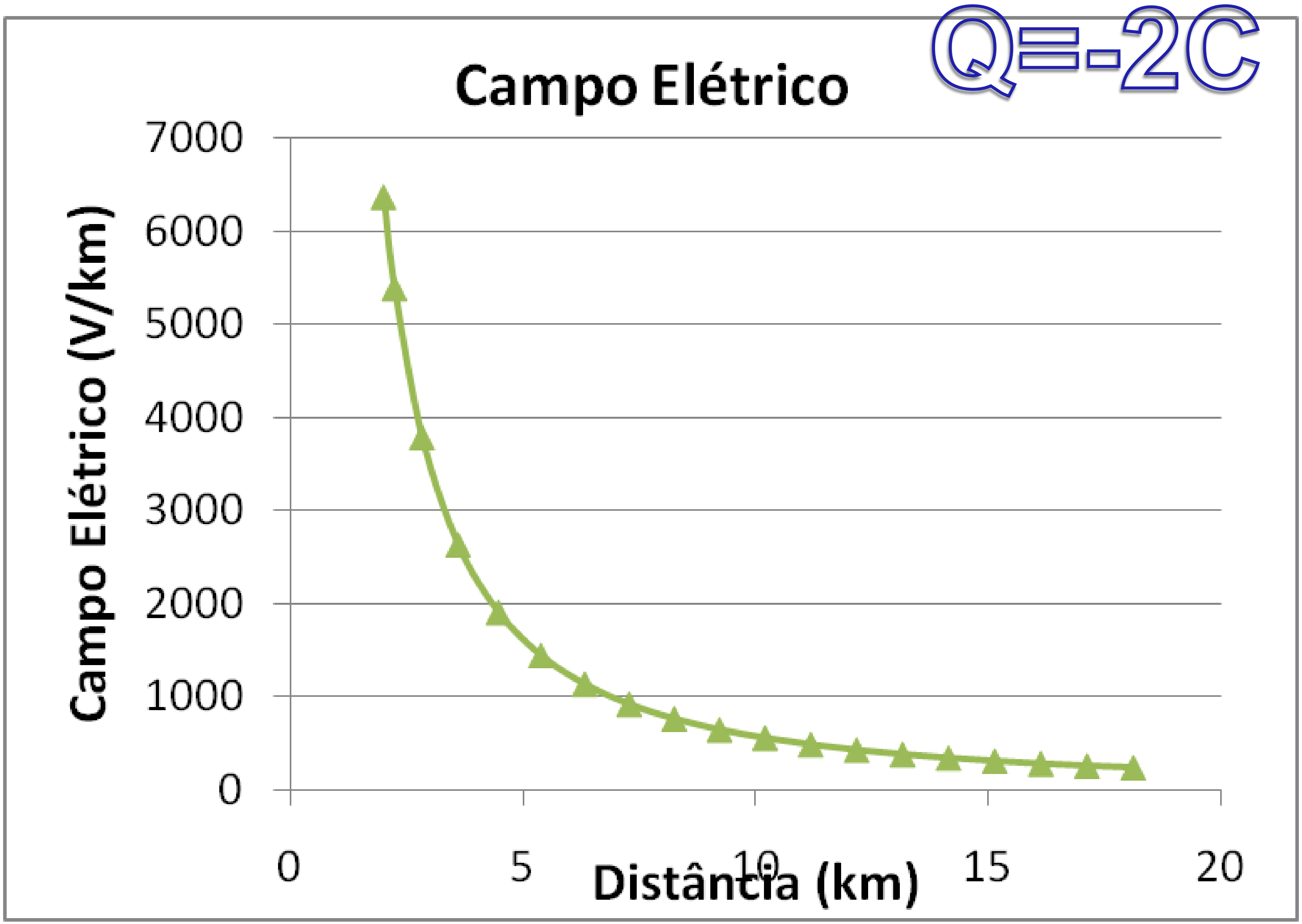
$$E_z = -\frac{1}{2\pi\varepsilon}\frac{qz}{\sqrt{\left(x^2 + z^2\right)^3}}$$

Monopolo sob um condutor

Q=+2C

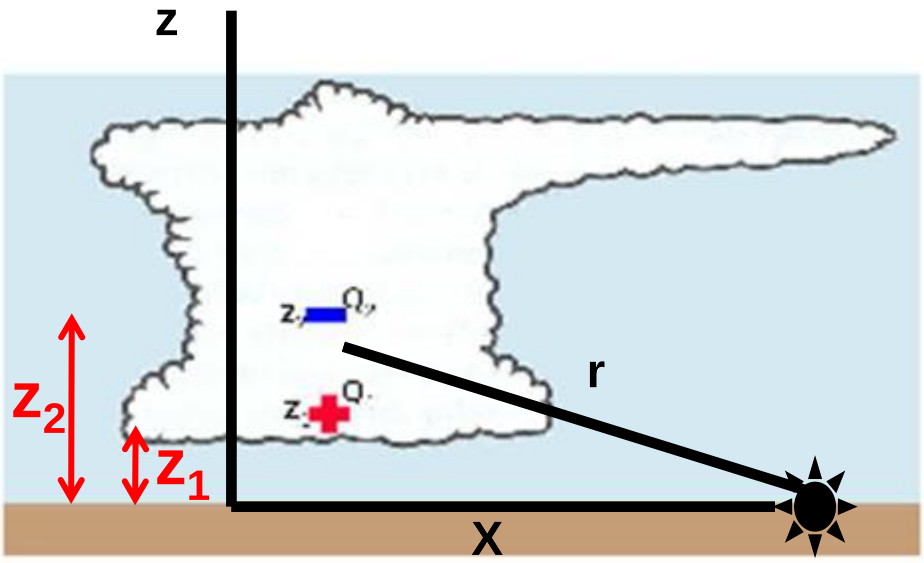


Monopolo sob um condutor

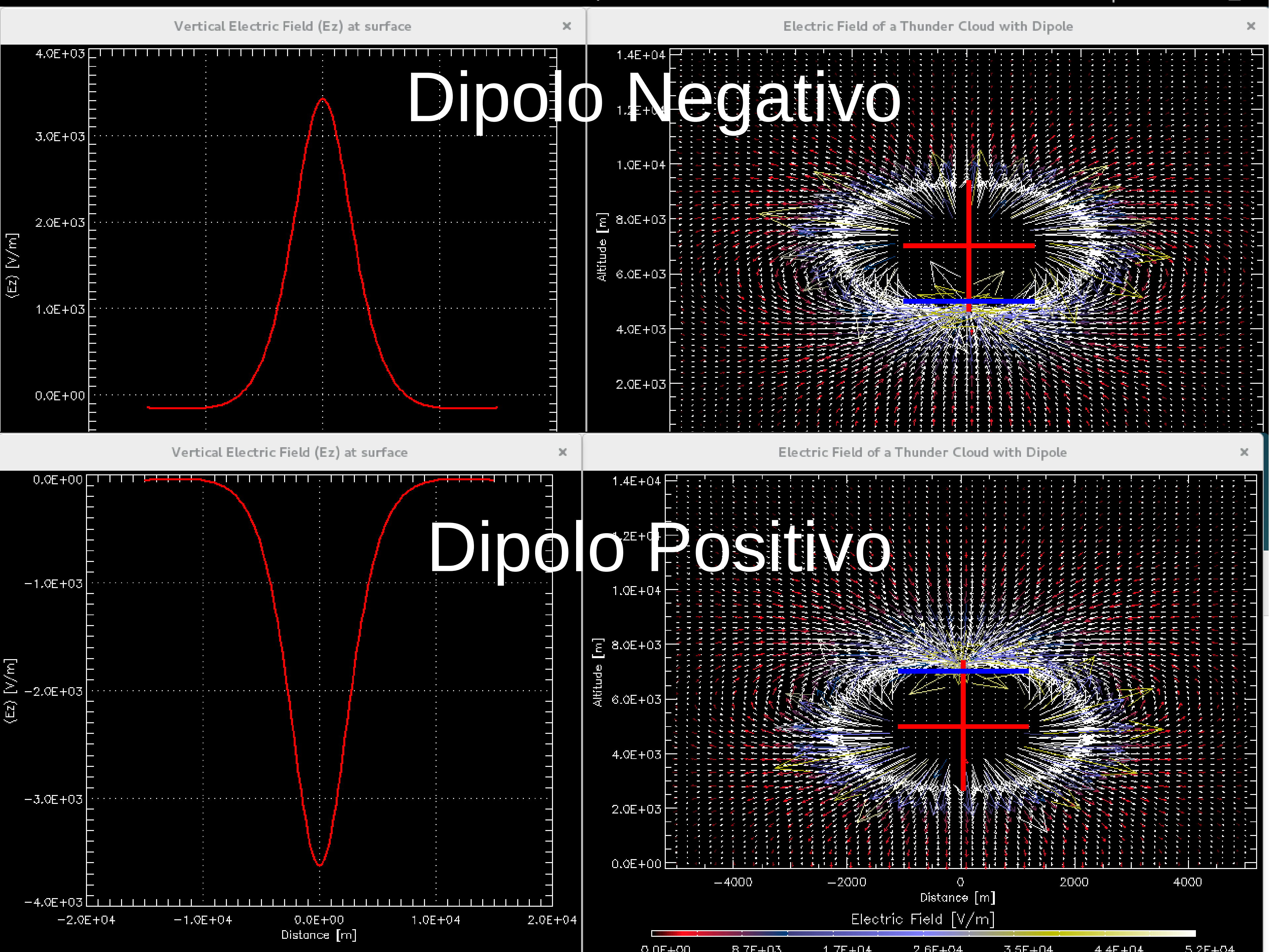


Exercício em Aula: Dipolo sob um condutor

Calcule o campo elétrico de uma nuvem em função da distância r sobre a superfície da Terra, assumindo a seguinte configuração:



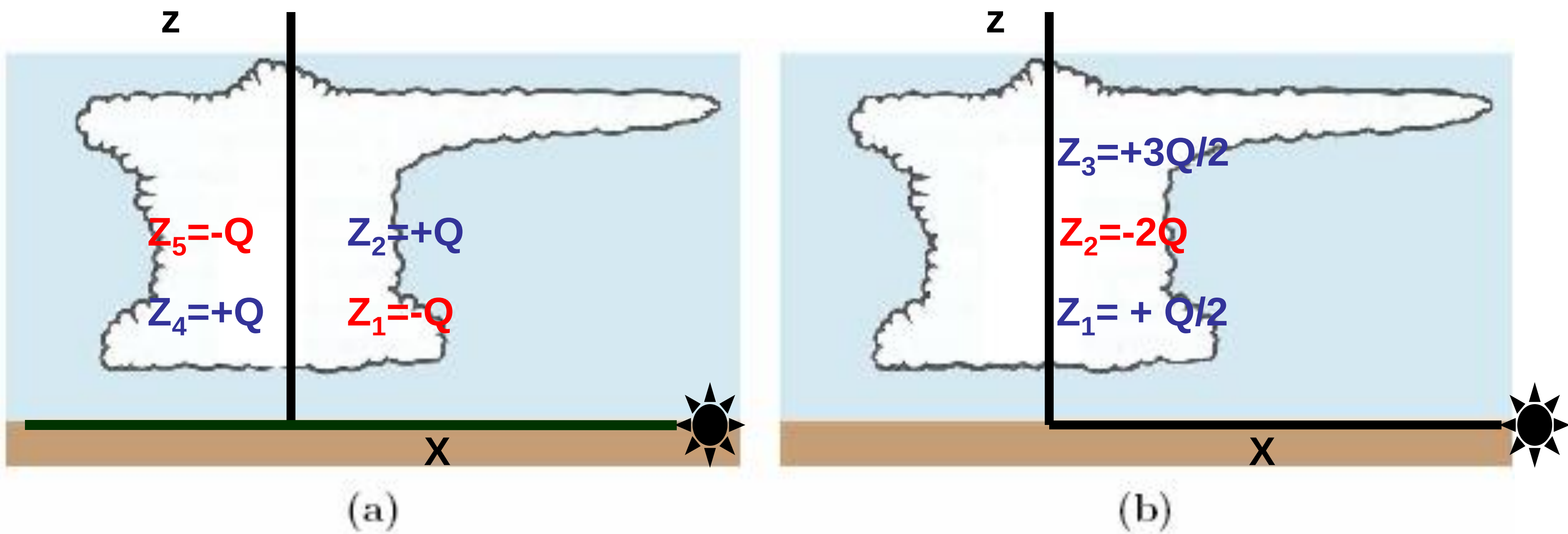
Onde z_1 = z e z_2 = 2z
e
$|Q_1| = |Q_2| = |Q|$



Dipolo Negativo
Vertical Electric Field (Ez) at surface
4.0E+03
3.0E+03
2.0E+03
1.0E+03
0.0E+00
⟨Ez⟩ [V/m]
Electric Field of a Thunder Cloud with Dipole
1.4E+04
1.0E+04
8.0E+03
6.0E+03
4.0E+03
2.0E+03
Altitude [m]
Dipolo Positivo
Vertical Electric Field (Ez) at surface
0.0E+00
−1.0E+03
−2.0E+03
−3.0E+03
−4.0E+03
⟨Ez⟩ [V/m]
−2.0E+04
−1.0E+04
0.0E+00
1.0E+04
2.0E+04
Distance [m]
Electric Field of a Thunder Cloud with Dipole
1.4E+04
1.0E+04
8.0E+03
6.0E+03
4.0E+03
2.0E+03
0.0E+00
Altitude [m]
−4000
−2000
0
2000
4000
Distance [m]
Electric Field [V/m]

Lista: Entrega 15 de Abril de 2020

Calcule e plote o campo elétrico de uma nuvem em função da distância x sobre a superfície da Terra, assumindo as seguintes configurações:



Onde, $z1 = z$, $z2 = 2z$ e
$z4 = z$, $z5 = 2z$
Z1 e Z2 estão em x1 e Z4 e Z5 em –x1

Onde, $z1 = z$, $z2 = 2z$ e $z3 = 3z$

$$|Q| = |+Q| = |-Q|$$